

Se precisar, use os seguintes valores para as constantes: carga do próton =  $1,6 \times 10^{-19}$  C; massa do próton =  $1,7 \times 10^{-27}$  kg; aceleração da gravidade  $g = 10$  m/s<sup>2</sup>; 1 atm = 76 cm Hg; velocidade da luz no vácuo  $c = 3 \times 10^8$  m/s.

**Questão 1.** Ao passar pelo ponto  $O$ , um helicóptero segue na direção norte com velocidade  $v$  constante. Nesse momento, um avião passa pelo ponto  $P$ , a uma distância  $\delta$  de  $O$ , e voa para o oeste, em direção a  $O$ , com velocidade  $u$  também constante, conforme mostra a figura. Considerando  $t$  o instante em que a distância  $d$  entre o helicóptero e o avião for mínima, assinale a alternativa correta.

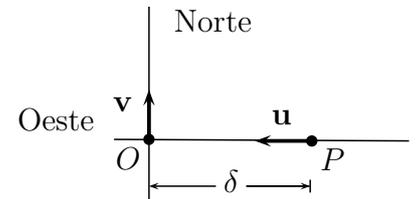
A ( ) A distância percorrida pelo helicóptero no instante em que o avião alcança o ponto  $O$  é  $\delta u/v$ .

B ( ) A distância do helicóptero ao ponto  $O$  no instante  $t$  é igual a  $\delta v/\sqrt{v^2 + u^2}$ .

C (  $\times$  ) A distância do avião ao ponto  $O$  no instante  $t$  é igual a  $\delta v^2/(v^2 + u^2)$ .

D ( ) O instante  $t$  é igual a  $\delta v/(v^2 + u^2)$ .

E ( ) A distância  $d$  é igual a  $\delta u/\sqrt{v^2 + u^2}$ .



Solução 1.

Depois de um tempo  $t$  o helicóptero sobe

$$t v$$

O avião anda

$$t u$$

A distância quadrado entre eles será

$$t^2 (v^2 + u^2) - 2 \delta t u + \delta^2$$

O tempo mínimo será

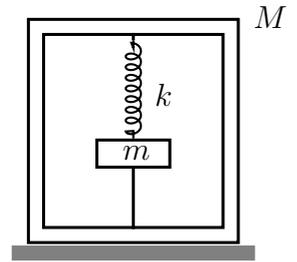
$$\frac{\delta u}{v^2 + u^2}$$

A distância do avião ao ponto  $O$  para  $t$  mínimo é

$$\frac{\delta v^2}{v^2 + u^2}$$

**Questão 2.** No interior de uma caixa de massa  $M$ , apoiada num piso horizontal, encontra-se fixada uma mola de constante elástica  $k$  presa a um corpo de massa  $m$ , em equilíbrio na vertical. Conforme a figura, este corpo também se encontra preso a um fio tracionado, de massa desprezível, fixado à caixa, de modo que resulte uma deformação  $b$  da mola. Considere que a mola e o fio se encontram no eixo vertical de simetria da caixa. Após o rompimento do fio, a caixa vai perder contato com o piso se

- A ( )  $b > (M + m)g/k$ .  
 B (×)  $b > (M + 2m)g/k$ .  
 C ( )  $b > (M - m)g/k$ .  
 D ( )  $b > (2M - m)g/k$ .  
 E ( )  $b > (M - 2m)g/k$ .



Solução 2.

Seja  $x$  o valor da deformação da mola no máximo para cima. Neste instante, a força que a mola exerce sobre a caixa é  $kx = Mg$ .

$$x = \frac{gM}{k}$$

Considerando o referencial da energia potencial na posição de equilíbrio da mola temos a lei da conservação da energia

$$\frac{b^2 k}{2} - b g m = \frac{g^2 M^2}{2 k} + \frac{g^2 m M}{k}$$

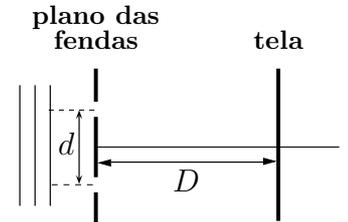
Cuja solução é

$$\left[ b = \frac{g(M + 2m)}{k}, b = -\frac{gM}{k} \right]$$

A segunda solução não é possível pois  $b > 0$  logo

$$[b > (M + 2m)g/k].$$

**Questão 3.** Num experimento clássico de Young,  $d$  representa a distância entre as fendas e  $D$  a distância entre o plano destas fendas e a tela de projeção das franjas de interferência, como ilustrado na figura. Num primeiro experimento, no ar, utiliza-se luz de comprimento de onda  $\lambda_1$  e, num segundo experimento, na água, utiliza-se luz cujo comprimento de onda no ar é  $\lambda_2$ . As franjas de interferência dos experimentos são registradas numa mesma tela. Sendo o índice de refração da água igual a  $n$ , assinale a expressão para a distância entre as franjas de interferência construtiva de ordem  $m$  para o primeiro experimento e as de ordem  $M$  para o segundo experimento.



- A   $|D(M\lambda_2 - mn\lambda_1)/(nd)|$
- B   $|D(M\lambda_2 - m\lambda_1)/(nd)|$
- C   $|D(M\lambda_2 - mn\lambda_1)/d|$
- D   $|Dn(M\lambda_2 - m\lambda_1)/d|$
- E   $|D(Mn\lambda_2 - m\lambda_1)/d|$

Solução 3.

Sabemos que os máximos se encontram em

$$\psi = A^2 \cos^2 \left( \frac{k(r_2 - r_1)}{2} \right)$$

Sabemos que

$$r_2 - r_1 = d \sin \theta = d\theta = d \frac{x}{D}$$

O  $\cos^2 \alpha$  tem zeros em  $n\pi$

Assim, sabendo que  $k = 2\pi/\lambda$  temos que

$$\frac{\pi dx}{\lambda D} = n\pi$$

Esta é a fórmula geral. Caso do ar

$$x = \frac{m\lambda_1 D}{d}$$

Caso da água temos a mesma fórmula só que temos que levar em consideração o índice de refração da água. Sendo que o  $\lambda_{H_2O} = \lambda_2/n$

$$y = \frac{M\lambda_2 D}{nd}$$

O resultado é

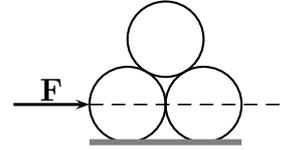
$$|x - y| = \left| \frac{m\lambda_1 D}{d} - \frac{M\lambda_2 D}{nd} \right|$$

organizando o resultado

$$|x - y| = |D(M\lambda_2 - Mn\lambda_1)/nd|$$

**Questão 4.** Num certo experimento, três cilindros idênticos encontram-se em contato pleno entre si, apoiados sobre uma mesa e sob a ação de uma força horizontal  $\mathbf{F}$ , constante, aplicada na altura do centro de massa do cilindro da esquerda, perpendicularmente ao seu eixo, conforme a figura. Desconsiderando qualquer tipo de atrito, para que os três cilindros permaneçam em contato entre si, a aceleração  $a$  provocada pela força deve ser tal que

- A (×)  $g/(3\sqrt{3}) \leq a \leq g/\sqrt{3}$ .  
 B ( )  $2g/(3\sqrt{2}) \leq a \leq 4g/\sqrt{2}$ .  
 C ( )  $g/(2\sqrt{3}) \leq a \leq 4g/(3\sqrt{3})$ .  
 D ( )  $2g/(3\sqrt{2}) \leq a \leq 3g/(4\sqrt{2})$ .  
 E ( )  $g/(2\sqrt{3}) \leq a \leq 3g/(4\sqrt{3})$ .



Solução 4.

Colocamos o referencial no cilindro da esquerda. A aceleração máxima é obtida quando o cilindro de cima se desloca do da esquerda. As forças sobre o cilindro de cima são o Peso  $P$ , a normal devida ao cilindro da direita  $N_d$  a normal devida ao cilindro da esquerda  $N_e$  e a força de inercia  $F$ . Então temos as equações

$$\frac{\pi}{180}$$

$$g m = \frac{\sqrt{3} N_e}{2} + \frac{\sqrt{3} N_d}{2}$$

$$\frac{N_d}{2} + a m = \frac{N_e}{2} \quad eq(2)$$

$$\left[ N_e = -\frac{\sqrt{3} N_d - 2 g m}{\sqrt{3}} \right]$$

Agora substituímos estes valores na eq(2)

$$\frac{N_d}{2} + a m = -\frac{\sqrt{3} N_d - 2 g m}{2 \sqrt{3}}$$

$$\frac{\frac{N_d}{2} + a m}{m} = -\frac{\sqrt{3} N_d - 2 g m}{2 \sqrt{3} m}$$

O  $a$  máximo é obtido fazendo  $N_d = 0$  na eq(2)

$$\left[ \left[ a_{max} = \frac{g}{\sqrt{3}} \right] \right]$$

A aceleração mínima será quando o peso do cilindro de cima contrabalançar a força de inércia. As variáveis agora são: a força de inércia  $F$  sobre o cilindro da direita, a força  $F_e$  que o cilindro esquerdo exerce sobre o direito, a normal  $N$  do plano sobre o cilindro da direita, e o peso do cilindro de cima sobre o de baixo que é  $P_c = -N_d$ . Então temos as equações

$$N = \frac{\sqrt{3} N_d}{2} + g m$$

$$\frac{N_d}{2} + F_e = a m eq(4)$$

Agora fazemos  $F_e = 0$  na eq(4) e resolvemos o sistema de equações para  $N, N_d, N_e$  e  $a$

$$\frac{N_d}{2} = a m$$

$$\left[ \left[ a = \frac{g}{3^{\frac{3}{2}}}, N = \frac{4 g m}{3}, N_d = \frac{2 g m}{3^{\frac{3}{2}}}, N_e = \frac{4 g m}{3^{\frac{3}{2}}} \right] \right]$$

logo, o  $a$  mínimo será

$$\left[ a_{min} = \frac{g}{3^{\frac{3}{2}}} = \frac{g}{3\sqrt{3}} \right]$$

**Questão 5.** Duas partículas, de massas  $m$  e  $M$ , estão respectivamente fixadas nas extremidades de uma barra de comprimento  $L$  e massa desprezível. Tal sistema é então apoiado no interior de uma casca hemisférica de raio  $r$ , de modo a se ter equilíbrio estático com  $m$  posicionado na borda  $P$  da casca e  $M$ , num ponto  $Q$ , conforme mostra a figura. Desconsiderando forças de atrito, a razão  $m/M$  entre as massas é igual a

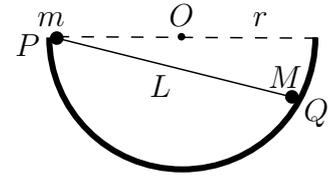
A (×)  $(L^2 - 2r^2)/(2r^2)$ .

D ( )  $(2L^2 - 3r^2)/(r^2 - L^2)$ .

B ( )  $(2L^2 - 3r^2)/(2r^2)$ .

E ( )  $(3L^2 - 2r^2)/(L^2 - 2r^2)$ .

C ( )  $(L^2 - 2r^2)(r^2 - L^2)$ .



Solução 5.

Seja  $N_1$  a força sobre a massa  $m$ ,  $N_2$  a força sobre a massa  $M$ ,  $P$  o peso,  $\alpha$  o ângulo entre a barra e o diâmetro,  $x_{cm}$  a distância entre a massa  $m$  e o centro de massa da barra. A soma das forças é zero

Agora dividimos a equação eq1 pela eq3 para eliminar  $N_1$  e ficamos só com a variável  $\alpha$  sabendo que  $2r \cos(\alpha) = L$

$$\sin(2\alpha) N_2 = g(M + m)$$

$$\cos(2\alpha) N_2 = N_1$$

$$\frac{\sin(2\alpha)}{\cos(2\alpha)} = \frac{g(M + m)}{N_1}$$

$$\tan(2\alpha) = \frac{gM}{N_1} + \frac{gm}{N_1}$$

$$\frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} = \frac{gM}{N_1} + \frac{gm}{N_1}$$

O  $x_{cm}$  é

$$\frac{LM}{M + m}$$

O torque com relação ao ponto onde está a massa  $M$  é

$$\sin \alpha L N_1 = \cos \alpha g (M + m) \left( L - \frac{LM}{M + m} \right)$$

$$\frac{\sin \alpha L}{\cos \alpha} = \frac{g (M + m) \left( L - \frac{LM}{M + m} \right)}{N_1}$$

$$\tan \alpha L = \frac{gmL}{N_1}$$

$$\frac{2}{(1 - \tan^2 \alpha) L} = \frac{\left( \frac{gM}{N_1} + \frac{gm}{N_1} \right) N_1}{g m L}$$

$$-\frac{2}{(\tan^2 \alpha - 1) L} = \frac{M + m}{m L}$$

$$-\frac{2}{(\sec^2 \alpha - 2) L} = \frac{M + m}{m L}$$

$$-\frac{2}{\left( \frac{4r^2}{L^2} - 2 \right) L} = \frac{M + m}{m L}$$

$$\frac{L}{L^2 - 2r^2} = \frac{M + m}{m L}$$

$$\frac{L^2}{L^2 - 2r^2} = \frac{M + m}{m}$$

$$\frac{L^2}{L^2 - 2r^2} = \frac{M}{m} + 1$$

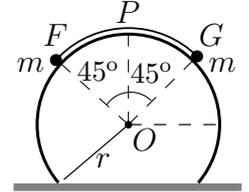
$$\frac{L^2}{L^2 - 2r^2} - 1 = \frac{M}{m}$$

organizando

$$\frac{m}{M} = \frac{(L^2 - 2r^2)}{(2r^2)}$$

**Questão 6.** Uma corda, de massa desprezível, tem fixada em cada uma de suas extremidades,  $F$  e  $G$ , uma partícula de massa  $m$ . Esse sistema encontra-se em equilíbrio apoiado numa superfície cilíndrica sem atrito, de raio  $r$ , abrangendo um ângulo de  $90^\circ$  e simetricamente disposto em relação ao ápice  $P$  do cilindro, conforme mostra a figura. Se a corda for levemente deslocada e começa a escorregar no sentido anti-horário, o ângulo  $\theta \equiv \widehat{FOP}$  em que a partícula na extremidade  $F$  perde contato com a superfície é tal que

- A ( )  $2 \cos \theta = 1$ .  
 B ( )  $2 \cos \theta - \sin \theta = \sqrt{2}$ .  
 C ( )  $2 \sin \theta + \cos \theta = \sqrt{2}$ .  
 D (×)  $2 \cos \theta + \sin \theta = \sqrt{2}$ .  
 E ( )  $2 \cos \theta + \sin \theta = \sqrt{2}/2$ .



Solução 6.

Resolvemos por conservação de energia. Inicialmente só temos energia potencial. Seja  $\theta$  o ângulo entre a massa da direita e o eixo horizontal, e  $K$  a energia cinética de uma delas. Considere o referencial no centro da esfera.

$$\sqrt{2} g m r = 2 K + \sin \theta g m r + \cos \theta g m r \quad eq(1)$$

A massa da esquerda se descola da esfera quando a reação normal ao plano for igual à zero, em outras palavras quando

$$m g \cos \theta = \frac{m v^2}{r} = \frac{2 K}{r}$$

Então temos

$$K = \frac{\cos \theta g m r}{2}$$

Que substituindo na eq(1) vem

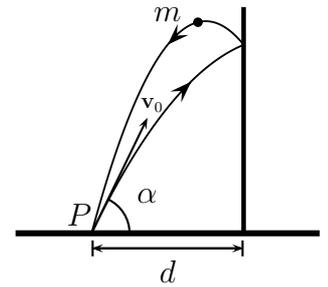
$$\sqrt{2} g m r = \sin \theta g m r + 2 \cos \theta g m r$$

logo

$$\sin \theta + 2 \cos \theta = \sqrt{2}$$

**Questão 7.** Uma pequena bola de massa  $m$  é lançada de um ponto  $P$  contra uma parede vertical lisa com uma certa velocidade  $v_0$ , numa direção de ângulo  $\alpha$  em relação à horizontal. Considere que após a colisão a bola retorna ao seu ponto de lançamento, a uma distância  $d$  da parede, como mostra a figura. Nestas condições, o coeficiente de restituição deve ser

- A (×)  $e = gd/(v_0^2 \sin 2\alpha - gd)$ .  
 B ( )  $e = 2gd/(v_0^2 \cos 2\alpha - 2gd)$ .  
 C ( )  $e = 3gd/(2v_0^2 \sin 2\alpha - 2gd)$ .  
 D ( )  $e = 4gd/(v_0^2 \cos 2\alpha - gd)$ .  
 E ( )  $e = 2gd/(v_0^2 \tan 2\alpha - gd)$ .



Solução 7.

Sendo  $u_x$  a componente da velocidade na direção  $x$  depois da colisão, o coeficiente de restituição é dado por

$$e = \frac{|u_x|}{|v_x|}$$

Isto equivale a resolver o problema de dois lançamentos do mesmo ponto tal que cada um segue uma curva e colidem com a parede na mesma altura  $h$ . Obs.: os tempos não são necessariamente iguais. Equações para a bola da curva de baixo. Neste caso o tempo que a bola leva para atingir a altura  $h$  é

$$t = \frac{d}{v_{x0}}$$

Neste tempo ela atinge a altura  $h$  dada por

$$h = \frac{d v_{y0}}{v_{x0}} - \frac{d^2 g}{2 v_{x0}^2}$$

A velocidade final na direção  $y$  é

$$v_y = v_{y0} - \frac{d g}{v_{x0}}$$

Esta é a velocidade vertical inicial do segundo movimento

$$v_{y0} - \frac{d g}{v_{x0}}$$

Agora calculamos o tempo necessário para a bola cair no chão

$$t \left( v_{y0} - \frac{d g}{v_{x0}} \right) + \frac{d v_{y0}}{v_{x0}} - \frac{d^2 g}{2 v_{x0}^2} - \frac{g t^2}{2} = 0$$

$$\frac{(2 t v_{x0}^2 + 2 d v_{x0}) v_{y0} - g t^2 v_{x0}^2 - 2 d g t v_{x0} - d^2 g}{2 v_{x0}^2} = 0$$

$$\left[ t = \frac{2 v_{x0} v_{y0} - d g}{g v_{x0}}, t = -\frac{d}{v_{x0}} \right]$$

Agora achamos o  $u_x$

$$\frac{d g v_{x0}}{2 v_{x0} v_{y0} - d g}$$

E o coeficiente de restituição sendo dado por

$$\frac{d g}{2 v_{x0} v_{y0} - d g}$$

Substituindo os valores de  $v_{x0}$  e  $v_{y0}$

$$\frac{d g}{2 \cos \alpha \sin \alpha v_0^2 - d g}$$

sabendo que

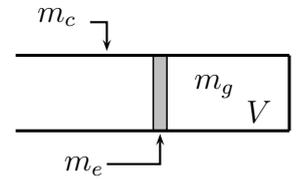
$$e = 2 \cos \alpha \sin \alpha = \sin 2\alpha$$

teremos

$$e = \frac{g d}{v_0^2 \sin 2\alpha - g d}$$

**Questão 8.** A figura mostra um sistema, livre de qualquer força externa, com um êmbolo que pode ser deslocado sem atrito em seu interior. Fixando o êmbolo e preenchendo o recipiente de volume  $V$  com um gás ideal a pressão  $P$ , e em seguida liberando o êmbolo, o gás expande-se adiabaticamente. Considerando as respectivas massas  $m_c$ , do cilindro, e  $m_e$ , do êmbolo, muito maiores que a massa  $m_g$  do gás, e sendo  $\gamma$  o expoente de Poisson, a variação da energia interna  $\Delta U$  do gás quando a velocidade do cilindro for  $v_c$  é dada aproximadamente por

- A ( )  $3PV^\gamma/2$ .  
 B ( )  $3PV/(2(\gamma - 1))$ .  
 C (×)  $-m_c(m_e + m_c)v_c^2/(2m_e)$ .  
 D ( )  $-(m_c + m_e)v_c^2/2$ .  
 E ( )  $-m_e(m_e + m_c)v_c^2/(2m_c)$ .



Solução 8.

Vamos considerar dois sistemas: um deles (1) consistindo do êmbolo junto com cilindro e o outro o gás. Vamos considerar o sistema (1): sabemos que o trabalho das forças externas sobre este sistema dá a variação da energia cinética e que o momento se conserva. Para este cálculo vamos desprezar a massa do gás. Então temos para a conservação do momentum

$$m_c v_c + m_e v_e = 0$$

Obtendo

$$v_e = -\frac{m_c v_c}{m_e}$$

O trabalho das forças externas é igual à variação da energia cinética

$$\frac{m_c^2 v_c^2}{2 m_e} + \frac{m_c v_c^2}{2}$$

E como o processo é adiabático corresponde à variação da energia interna do gás  $\Delta U$

$$\Delta U = -m_c(m_e + m_c)v_c^2/(2 m_e)$$

**Questão 9.** Uma rampa maciça de 120 kg inicialmente em repouso, apoiada sobre um piso horizontal, tem sua declividade dada por  $\tan \theta = 3/4$ . Um corpo de 80 kg desliza nessa rampa a partir do repouso, nela percorrendo 15 m até alcançar o piso. No final desse percurso, e desconsiderando qualquer tipo de atrito, a velocidade da rampa em relação ao piso é de aproximadamente

**A** ( ) 1 m/s.

**B** ( ) 3 m/s.

**C** (  ) 5 m/s.

**D** ( ) 2 m/s.

**E** ( ) 4 m/s.

Solução 9.

Conservação de energia

$$g h M + g h_b m = \frac{u^2 M}{2} + g h M + \frac{m v^2}{2}$$

$$g h_b m = \frac{u^2 M}{2} + \frac{m v^2}{2}$$

O momento na direção  $x$  se conserva

$$m v'_x - u M = 0$$

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}' + \mathbf{u}$$

Que elevando ao quadrado dá

$$v^2 = v'^2 + u^2 + 2\mathbf{v}' \cdot \mathbf{u} = v'^2 + u^2 - 2v'u \cos \theta$$

$$v'_x - u$$

$$m (v'_x - u) - u M = 0$$

Mas  $v'_x = v' \cos(\theta) = 4v'/5$

$$m \left( \frac{4v'}{5} - u \right) - u M = 0$$

$$v^2 = v'^2 - \frac{8uv'}{5} + u^2$$

Agora substituímos os valores numéricos

$$7200 = 40 v'^2 + 60 u^2$$

$$80 \left( \frac{4v'}{5} - u \right) - 120 u = 0$$

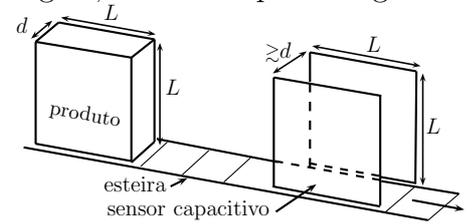
Queremos o valor de  $u$

$$[[u = 4.97]]$$

**Questão 10.** Certo produto industrial constitui-se de uma embalagem rígida cheia de óleo, de dimensões  $L \times L \times d$ , sendo transportado numa esteira que passa por um sensor capacitivo de duas placas paralelas e quadradas de lado  $L$ , afastadas entre si de uma distância ligeiramente maior que  $d$ , conforme a figura. Quando o produto estiver inteiramente inserido entre as placas, o sensor deve acusar um valor de capacitância  $C_0$ . Considere, contudo, tenha havido antes um indesejado vazamento de óleo, tal que a efetiva medida da capacitância seja  $C = 3/4C_0$ . Sendo dadas as respectivas constantes dielétricas do óleo,  $\kappa = 2$ ; e do ar,  $\kappa_{ar} = 1$ , e desprezando o efeito da constante dielétrica da embalagem, assinale a percentagem do volume de óleo vazado em relação ao seu volume original.

A ( ) 5%    B ( ) 50%    C (  $\times$ ) 100%

D ( ) 10%    E ( ) 75%



Solução 10.

A capacitância de capacitores paralelos é

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$$

A capacitância sem vazamento é dada por

$$C = \frac{\kappa \epsilon_0 A}{d}$$

Capacitância sem vazamento no início

$$\frac{e_0 k L^2}{d}$$

Capacitância depois com vazamento

$$\frac{3 e_0 k L^2}{4 d} = \frac{e_0 k L (L - x)}{d} + \frac{e_0 x L}{d}$$

$$\frac{3 k L}{4} = k L + (1 - k) x$$

$$\left[ x = \frac{k L}{4 k - 4} \right]$$

$$\left[ x = \frac{L}{2} \right]$$

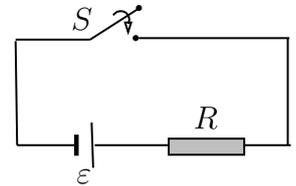
logo, a percentagem do volume de óleo vazado em relação ao seu volume original será de 50%

**Questão 11.** O circuito mostrado na figura é constituído por um gerador com f.e.m.  $\varepsilon$  e um resistor de resistência  $R$ . Considere as seguintes afirmações, sendo a chave  $S$  fechada:

- I - Logo após a chave  $S$  ser fechada haverá uma f.e.m. autoinduzida no circuito.
- II - Após um tempo suficientemente grande cessará o fenômeno de autoindução no circuito.
- III - A autoindução no circuito ocorrerá sempre que houver variação da corrente elétrica no tempo.

Assinale a alternativa verdadeira.

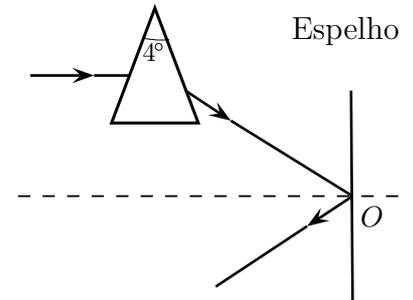
- A  Apenas a I é correta.
- B  Apenas a II é correta.
- C  Apenas a III é correta.
- D  Apenas a II e a III são corretas.
- E  Todas são corretas.



Solução 11.

**Questão 12.** Um raio horizontal de luz monocromática atinge um espelho plano vertical após incidir num prisma com abertura de  $4^\circ$  e índice de refração  $n = 1,5$ . Considere o sistema imerso no ar e que tanto o raio emergente do prisma como o refletido pelo espelho estejam no plano do papel, perpendicular ao plano do espelho, como mostrado na figura. Assinale a alternativa que indica respectivamente o ângulo e o sentido em que deve ser girado o espelho em torno do eixo perpendicular ao plano do papel que passa pelo ponto O, de modo que o raio refletido retorne paralelamente ao raio incidente no prisma.

- A ( )  $4^\circ$ , sentido horário.
- B ( )  $2^\circ$ , sentido horário.
- C ( )  $2^\circ$ , sentido antihorário.
- D (×)  $1^\circ$ , sentido horário.
- E ( )  $1^\circ$ , sentido antihorário.



Solução 12. O ângulo de incidência do raio que vem da esquerda no prisma é  $a_1 = 2^\circ$

$$\frac{\pi}{180}$$

Índice de refração do prisma

$$\frac{\pi}{90}$$

Usando a lei de Snell e aproximando o  $\sin x = x$  para ângulos pequenos temos que o ângulo de refração é

$$\frac{\pi}{135}$$

ângulo entre o raio refratado e a horizontalmente

$$\frac{\pi}{270}$$

Ângulo entre a horizontal e a face interna do prisma

$$\frac{23 \pi}{45}$$

Ângulo entre o raio refratado e a face interna do prisma

$$\frac{131 \pi}{270}$$

Ângulo de incidência na face interna direita

$$\frac{2 \pi}{135}$$

Usando a lei de Snell para ângulos pequenos temos o ângulo refratado para fora do prisma

$$\frac{\pi}{45}$$

O ângulo que este raio faz com a horizontal é

$$\frac{\pi}{90}$$

$$\frac{180}{\pi}$$

O ângulo que o espelho tem que girar será de

$$\frac{\pi}{180}$$

Que em graus é

**Questão 13.** Um prato plástico com índice de refração 1,5 é colocado no interior de um forno de micro-ondas que opera a uma frequência de  $2,5 \times 10^9$  Hz. Supondo que as micro-ondas incidam perpendicularmente ao prato, pode-se afirmar que a mínima espessura deste em que ocorre o máximo de reflexão das micro-ondas é de

**A** ( ) 1,0 cm.

**B** (×) 2,0 cm.

**C** ( ) 3,0 cm.

**D** ( ) 4,0 cm.

**E** ( ) 5,0 cm.

Solução 13.

O raio  $r_1$  sofre inversão de fase de  $\pi$  ou  $\frac{\lambda}{2}$  em  $A$ , pois  $n > n_1$ . Os outros raios não sofrem inversão de fase nem na reflexão  $B$  nem na refração e,  $C$ . Para interferência construtiva dos raios refletidos  $r_1$  e  $r_2$  a condição é

$$2d = (m_1 + \frac{1}{2})\lambda_n$$

mas  $d$  é mínimo para  $m = 0$ , logo

$$d_{min} = \frac{\lambda}{4n}$$

mas

$$\lambda = \frac{c}{f}$$

logo

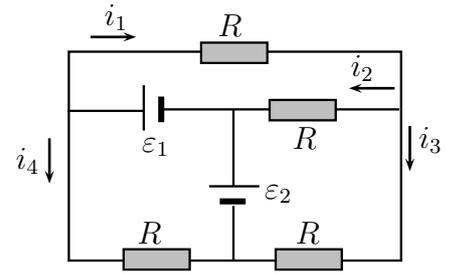
$$d_{min} = \frac{c}{4nf}$$

Substituindo os valores, teremos:

$$d_{min} = 2,0 \text{ cm}$$

**Questão 14.** Considere o circuito elétrico mostrado na figura formado por quatro resistores de mesma resistência,  $R = 10 \Omega$ , e dois geradores ideais cujas respectivas forças eletromotrizes são  $\varepsilon_1 = 30 \text{ V}$  e  $\varepsilon_2 = 10 \text{ V}$ . Pode-se afirmar que as correntes  $i_1$ ,  $i_2$ ,  $i_3$  e  $i_4$  nos trechos indicados na figura, em ampères, são respectivamente de

- A ( ) 2,  $2/3$ ,  $5/3$  e 4.  
 B (×)  $7/3$ ,  $2/3$ ,  $5/3$  e 4.  
 C ( ) 4,  $4/3$ ,  $2/3$  e 2.  
 D ( ) 2,  $4/3$ ,  $7/3$  e  $5/3$ .  
 E ( ) 2,  $2/3$ ,  $4/3$  e 4.



Solução 14.

Sabemos que

$$-(I_1 - I_3) R - I_1 R + E_1 = 0$$

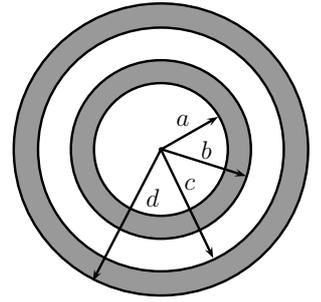
$$-I_4 R + E_2 + E_1 = 0$$

$$-(I_3 - I_1) R - I_3 R + E_2 = 0$$

$$\left[ \left[ I_1 = \frac{E_2 + 2E_1}{3R}, I_3 = \frac{2E_2 + E_1}{3R}, I_4 = \frac{E_2 + E_1}{R} \right] \right]$$

$$\left[ \left[ I_1 = \frac{7}{3}, I_2 = \frac{2}{3}, I_3 = \frac{5}{3}, I_4 = 4 \right] \right]$$

**Questão 15.** A figura mostra duas cascas esféricas condutoras concêntricas no vácuo, descarregadas, em que  $a$  e  $c$  são, respectivamente, seus raios internos, e  $b$  e  $d$  seus respectivos raios externos. A seguir, uma carga pontual negativa é fixada no centro das cascas. Estabelecido o equilíbrio eletrostático, a respeito do potencial nas superfícies externas das cascas e do sinal da carga na superfície de raio  $d$ , podemos afirmar, respectivamente, que



- A ( )  $V(b) > V(d)$  e a carga é positiva.
- B ( )  $V(b) < V(d)$  e a carga é positiva.
- C ( )  $V(b) = V(d)$  e a carga é negativa.
- D ( )  $V(b) > V(d)$  e a carga é negativa.
- E (×)  $V(b) < V(d)$  e a carga é negativa.

Solução 15.

Temos 4 equações:

Indução

$$q_1 = -(-q)$$

e

$$q_3 = -q_2$$

casca esférica interna descarregada

$$q_1 + q_2 = 0$$

casca esférica externa descarregada

$$q_3 + q_4 = 0$$

logo

$$q_1 = q_3 = q \text{ e } q_2 = q_4 = -q$$

O potencial em  $r = b$ ,  $a < r < b$

$$V_b = \left( -\frac{q}{r} + \frac{q}{r} - \frac{q}{b} + \frac{q}{c} - \frac{q}{d} \right) K_0$$

$$V_b = \left( -\frac{q}{b} + \frac{q}{c} - \frac{q}{d} \right) K_0$$

O potencial em  $r = d$

$$V_d = \left( -\frac{q}{r} + \frac{q}{r} - \frac{q}{r} + \frac{q}{r} - \frac{q}{d} \right) K_0$$

$$V_b = \left( -\frac{q}{d} \right) K_0$$

$$V_b - V_d = \left( -\frac{q}{b} + \frac{q}{c} \right) K_0$$

mas  $c > d$

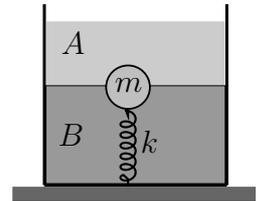
$$V_b - V_d < 0$$

logo

$$V_b < V_d$$

**Questão 16.** Um recipiente contém dois líquidos homogêneos e imiscíveis,  $A$  e  $B$ , com densidades respectivas  $\rho_A$  e  $\rho_B$ . Uma esfera sólida, maciça e homogênea, de massa  $m = 5 \text{ kg}$ , permanece em equilíbrio sob ação de uma mola de constante elástica  $k = 800 \text{ N/m}$ , com metade de seu volume imerso em cada um dos líquidos, respectivamente, conforme a figura. Sendo  $\rho_A = 4\rho$  e  $\rho_B = 6\rho$ , em que  $\rho$  é a densidade da esfera, pode-se afirmar que a deformação da mola é de

- A ( ) 0 m.  
 B ( ) 9/16 m.  
 C ( ) 3/8 m.  
 D (×) 1/4 m.  
 E ( ) 1/8 m.



Solução 16.

Temos

$$E = E_A + E_B$$

logo:

$$E_A = 4\rho g \frac{V}{2}$$

$$E_B = 6\rho g \frac{V}{2}$$

$$P = \rho V g$$

Equilíbrio

$$E - P - kx = 0$$

$$x = \frac{1}{k} [E - P] = \frac{1}{k} [2\rho V g + 3\rho V g - \rho V g]$$

Sabendo que  $\rho = \frac{m}{V}$

$$x = \frac{1}{k} [4\rho V g] = \frac{4mg}{k}$$

Substituindo os valores numéricos, teremos

$$x = 25 \text{ cm}$$

que equivale a  $\frac{1}{4}$  do metro.

**Questão 17.** Diferentemente da dinâmica newtoniana, que não distingue passado e futuro, a direção temporal tem papel marcante no nosso dia-a-dia. Assim, por exemplo, ao aquecer uma parte de um corpo macroscópico e o isolarmos termicamente, a temperatura deste se torna gradualmente uniforme, jamais se observando o contrário, o que indica a direcionalidade do tempo. Diz-se então que os processos macroscópicos são irreversíveis, evoluem do passado para o futuro e exibem o que o famoso cosmólogo Sir Arthur Eddington denominou de seta do tempo. A lei física que melhor traduz o tema do texto é

**A** ( ) a segunda lei de Newton.

**D** ( ) a lei zero da termodinâmica.

**B** ( ) a lei de conservação da energia.

**E** ( ) a lei de conservação da quantidade de movimento.

**C** ( ×) a segunda lei da termodinâmica.

Solução 17.

**Questão 18.** Num experimento que usa o efeito fotoelétrico ilumina-se a superfície de um metal com luz proveniente de um gás de hidrogênio cujos átomos sofrem transições do estado  $n$  para o estado fundamental. Sabe-se que a função trabalho  $\phi$  do metal é igual à metade da energia de ionização do átomo de hidrogênio cuja energia do estado  $n$  é dada por  $E_n = E_1/n^2$ . Considere as seguintes afirmações:

I - A energia cinética máxima do elétron emitido pelo metal é  $E_C = E_1/n^2 - E_1/2$ .

II - A função trabalho do metal é  $\phi = -E_1/2$ .

III - A energia cinética máxima dos elétrons emitidos aumenta com o aumento da frequência da luz incidente no metal a partir da frequência mínima de emissão.

Assinale a alternativa verdadeira.

A ( ) Apenas a I e a III são corretas.

B ( ) Apenas a II e a III são corretas.

C ( ) Apenas a I e a II são corretas.

D ( ) Apenas a III é correta.

E (×) Todas são corretas.

Solução 18.

A energia irradiada pelo átomo de hidrogênio é

$$E_n - E_1$$

sabemos que  $E_1$  é negativo

$$\frac{E_1}{n^2}$$

Este é um número positivo

$$\frac{E_1}{n^2} - E_1$$

A função trabalho é um número positivo sendo o valor dado em II

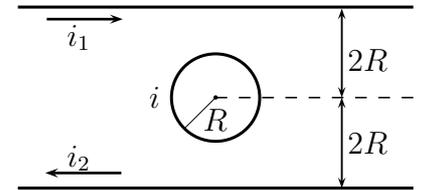
$$\phi = -\frac{E_1}{2}$$

A energia cinética será o valor do item I

$$\frac{E_1}{n^2} - \frac{E_1}{2}$$

**Questão 19.** Uma espira circular de raio  $R$  é percorrida por uma corrente elétrica  $i$  criando um campo magnético. Em seguida, no mesmo plano da espira, mas em lados opostos, a uma distância  $2R$  do seu centro colocam-se dois fios condutores retilíneos, muito longos e paralelos entre si, percorridos por correntes  $i_1$  e  $i_2$  não nulas, de sentidos opostos, como indicado na figura. O valor de  $i$  e o seu sentido para que o módulo do campo de indução resultante no centro da espira não se altere são respectivamente

- A ( )  $i = (1/2\pi)(i_1 + i_2)$  e horário.  
 B ( )  $i = (1/2\pi)(i_1 + i_2)$  e antihorário.  
 C ( )  $i = (1/4\pi)(i_1 + i_2)$  e horário.  
 D (×)  $i = (1/4\pi)(i_1 + i_2)$  e antihorário.  
 E ( )  $i = (1/\pi)(i_1 + i_2)$  e horário.



Solução 19.

Já que os campos de  $i_1$  e  $i_2$  entram na folha de papel a única solução para este problema é quando  $i$  está no sentido antihorário. Neste caso o campo resultante final deve ser  $-B$

$$-B = -B_2 - B_1 + B \quad eq(1)$$

O campo da espira de raio  $R$  no seu centro é

$$B = \frac{\mu_0 i}{2R}$$

e o do fio a uma distância  $R$  é

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi R}$$

Então temos

$$B = \frac{i \mu_0}{2R}$$

$$B_1 = \frac{i_1 \mu_0}{4\pi R}$$

$$B_2 = \frac{i_2 \mu_0}{4\pi R}$$

Substituindo na eq(1)

$$-\frac{i \mu_0}{2R} = -\frac{i_2 \mu_0}{4\pi R} - \frac{i_1 \mu_0}{4\pi R} + \frac{i \mu_0}{2R}$$

chegamos a

$$i = (1/4\pi)(i_1 + i_2)$$

**Questão 20.** Uma lua de massa  $m$  de um planeta distante, de massa  $M \gg m$ , descreve uma órbita elíptica com semieixo maior  $a$  e semieixo menor  $b$ , perfazendo um sistema de energia  $E$ . A lei das áreas de Kepler relaciona a velocidade  $v$  da lua no apogeu com sua velocidade  $v'$  no perigeu, isto é,  $v'(a - e) = v(a + e)$ , em que  $e$  é a medida do centro ao foco da elipse. Nessas condições, podemos afirmar que

- A** ( $\times$ )  $E = -GMm/(2a)$ .      **B** ( $)$   $E = -GMm/(2b)$ .      **C** ( $)$   $E = -GMm/(2e)$ .  
**D** ( $)$   $E = -GMm/\sqrt{a^2 + b^2}$ .      **E** ( $)$   $v' = \sqrt{2GM/(a - e)}$ .

Solução 20.

Lei das áreas:

$$v'(a - e) = v(a + e)$$

sendo  $v' > v$  e  $a > e$

Energia:  $E = \frac{mv^2}{2} - \frac{GMm}{r'}$

$$E = \frac{m}{2}(v_x^2 + v_y^2) - \frac{GMm}{\sqrt{(x'^2 + y'^2)}}$$

ou

$$E = \frac{m}{2}(v_x^2 + v_y^2) - \frac{GMm}{\sqrt{(x + e)^2 + y^2}}$$

Energia no Apogeu  $A$ .

Temos  $x = a, y = 0, v_x = 0$  e  $v_y = -v$

$$E_A = \frac{m}{2}v^2 - \frac{GMm}{(a + e)}$$

$$v^2 = \frac{2E}{m} + \frac{2GM}{(a + e)}$$

Energia no Perigeu  $P$ .

Temos  $x = -a, y = 0, v_x = 0$  e  $v_y = v'$

$$E_P = \frac{m}{2}v'^2 - \frac{GMm}{(e - a)}$$

logo

$$v'^2 = \frac{2E}{m} + \frac{2GM}{(a - e)}$$

obs:  $a > e$

$$v'^2(a - e^2) = v^2(a + e)^2$$

$$\frac{2E}{m}(a - e)^2 + 2GM(a - e) = \frac{2E}{m}(a + e)^2 + 2GM(a + e)$$

$$-\frac{4Eae}{m} - 2GMe = \frac{4Eae}{m} + 2GMe$$

$$-\frac{8Eae}{m} = 4GMe$$

logo

$$E = -\frac{GMm}{2a}$$

## Questões Dissertativas

**Questão 21.** Considere as seguintes relações fundamentais da dinâmica relativística de uma partícula: a massa relativística  $m = m_0\gamma$ , o momentum relativístico  $p = m_0\gamma v$  e a energia relativística  $E = m_0\gamma c^2$ , em que  $m_0$  é a massa de repouso da partícula e  $\gamma = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$  é o fator de Lorentz. Demonstre que  $E^2 - p^2c^2 = (m_0c^2)^2$  e, com base nessa relação, discuta a afirmação: “Toda partícula com massa de repouso nula viaja com a velocidade da luz  $c$ ”.

Solução 21.

Elevamos a equação do momentum ao quadrado

$$p^2 = \gamma^2 m_0^2 v^2$$

$$p^2 = \frac{m_0^2 v^2}{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

Achamos  $v$  na primeira equação

$$\left[ v^2 = \frac{c^2 p^2}{p^2 + c^2 m_0^2} \right]$$

Elevamos a equação da energia ao quadrado

$$E^2 = \frac{c^4 m_0^2}{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

$$\left[ v^2 = \frac{c^2 E^2 - c^6 m_0^2}{E^2} \right]$$

Igualamos o lado direito da solução 1 com o da solução 2

$$\frac{c^2 p^2}{p^2 + c^2 m_0^2} = \frac{c^2 E^2 - c^6 m_0^2}{E^2}$$

E finalmente resolvemos para E

$$\left[ E^2 - c^2 p^2 = c^4 m_0^2 \right]$$

Justificativa: “Toda partícula com massa de repouso nula viaja com a velocidade da luz,  $c$ ”. Da relação

$$\left[ E^2 - c^2 p^2 = c^4 m_0^2 \right]$$

se  $m = 0$ , então  $E = pc$  logo  $p = \frac{E}{c}$  Mas

$$E = \gamma m_0 c^2$$

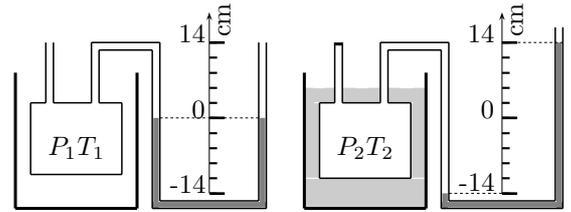
$$p = \frac{\gamma m_0 c^2}{c}$$

logo  $p = mc$

Assim a partícula com  $m = 0$  transporta apenas a energia  $E = pc$  e possui momentum linear  $p = mc$

**Questão 22.** Um recipiente é inicialmente aberto para a atmosfera a temperatura de  $0^\circ\text{C}$ . A seguir, o recipiente é fechado e imerso num banho térmico com água em ebulição. Ao atingir o novo equilíbrio, observa-se o desnível do mercúrio indicado na escala das colunas do manômetro. Construa um gráfico  $P \times T$  para os dois estados do ar no interior do recipiente e o extrapole para encontrar a temperatura  $T_0$

quando a pressão  $P = 0$ , interpretando fisicamente este novo estado à luz da teoria cinética dos gases.



Solução 22.

Estado 1:

$$P_1 = P_{atm} = 10^5 Pa \quad T_1 = 0^\circ C$$

Estado 2:

$$P_2 = 1,3808 \times 10^5 Pa \quad T_2 = 100^\circ C$$

ainda temos  $h = 28\text{ cm de Hg}$  e  $\rho = 13600 \frac{kg}{m^3}$

Usando esses valores no cálculo de  $P_2$ , temos:

$$P_2 = P_{atm} + \rho g h = 1,3808 \times 10^5 Pa$$

1 atm corresponde a 76 cm de Hg e temos que calcular  $x$  para 28 cm de Hg, então por uma simples regra de três temos

$$x = \frac{1atm \times 28}{76}$$

$$x = \frac{7atm}{19}$$

Do gráfico temos

$$\frac{(T_1 - T_0)}{(T_2 - T_0)} = \frac{P_1}{P_2}$$

$$T_0 = \frac{(P_2 T_1 - P_1 T_2)}{(P_2 - P_1)}$$

Substituindo os valores

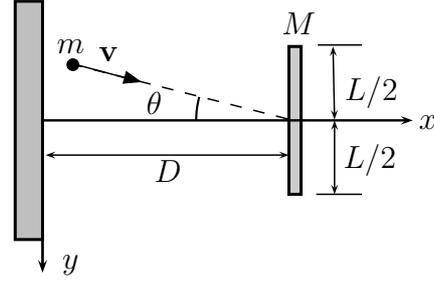
$$T_0 = -262,6^\circ C$$

À luz da teoria cinética na temperatura  $T_0$  em que a pressão vai para zero, o movimento molecular cessa. Note que a pressão do gás é devido a choques moleculares com a parede do recipiente, ou devido a transferência de momentum para as paredes.

Gráfico  $P \times T$

**Questão 23.** Num plano horizontal  $x \times y$ , um projétil de massa  $m$  é lançado com velocidade  $\mathbf{v}$ , na direção  $\theta$  com o eixo  $x$ , contra o centro de massa de uma barra rígida, homogênea, de comprimento  $L$  e massa  $M$ , que se encontra inicialmente em repouso a uma distância  $D$  de uma parede, conforme a figura. Após uma primeira colisão elástica com a barra, o projétil retrocede e colide elasticamente com a parede. Desprezando qualquer atrito, deter-

mine o intervalo de valores de  $\theta$  para que ocorra uma segunda colisão com a barra, e também o tempo decorrido entre esta e a anterior na parede.



Solução 23.

Na primeira colisão existe a conservação do momentum, pois o choque é elástico

$$m \cos \vartheta v = vb M + m vx_2$$

e a energia

$$\frac{m v^2}{2} = \frac{vb^2 M}{2} + \frac{m (vx_2^2 + \sin^2 \vartheta v^2)}{2}$$

$$\left[ vx_2 = -\frac{v \sqrt{(1 - \sin^2 \vartheta) M^2 + (-m \sin^2 \vartheta - m \cos^2 \vartheta + m) M} - m \cos \vartheta v}{M + m} \right]$$

$$\left[ vb = \frac{m v \sqrt{M} \sqrt{-\sin^2 \vartheta M + M - m \sin^2 \vartheta - m \cos^2 \vartheta + m} + m \cos \vartheta v M}{M^2 + m M} \right]$$

$$\left[ vx_2 = \frac{v \sqrt{(1 - \sin^2 \vartheta) M^2 + (-m \sin^2 \vartheta - m \cos^2 \vartheta + m) M} + m \cos \vartheta v}{M + m} \right]$$

$$\left[ vb = \frac{m \cos \vartheta v M - m v \sqrt{M} \sqrt{-\sin^2 \vartheta M + M - m \sin^2 \vartheta - m \cos^2 \vartheta + m}}{M^2 + m M} \right]$$

$$\left[ vx_2 = -\frac{|\cos \vartheta| v |M| - m \cos \vartheta v}{M + m} \right]$$

$$\left[ vb = \frac{(m |\cos \vartheta| + m \cos \vartheta) v}{M + m} \right], \left[ vx_2 = \frac{|\cos \vartheta| v |M| + m \cos \vartheta v}{M + m} \right]$$

$$\left[ vb = -\frac{(m |\cos \vartheta| - m \cos \vartheta) v}{M + m} \right]$$

$$\frac{\cos \vartheta v (M - m)}{M + m}$$

$$\frac{2 m \cos \vartheta v}{M + m}$$

A tangente do ângulo  $\alpha$  da direção do movimento depois da colisão com a horizontal é

$$\frac{\sin \vartheta (M + m)}{\cos \vartheta (M - m)}$$

O tempo que  $m$  demora para colidir de volta com a parede depois da colisão com a barra é

$$\frac{D (M + m)}{\cos \vartheta v (M - m)}$$

Neste instante a distância entre a barra e a parede é

$$\frac{2 m D}{M - m} + D$$

Agora temos que encontrar o tempo a massa leva para encontrar a barra para acontecer a segunda colisão

$$\frac{t_2 \cos \vartheta v (M - m)}{M + m} = \frac{2 m t_2 \cos \vartheta v}{M + m} + \frac{2 m D}{M - m} + D$$

$$\left[ t_2 = \frac{D M^2 + 2 m D M + m^2 D}{\cos \vartheta v M^2 - 4 m \cos \vartheta v M + 3 m^2 \cos \vartheta v} \right]$$

Então a distância D3 entre a parede e a barra na segunda colisão é

$$\frac{\cos \vartheta v (M - m) (D M^2 + 2 m D M + m^2 D)}{(M + m) (\cos \vartheta v M^2 - 4 m \cos \vartheta v M + 3 m^2 \cos \vartheta v)}$$

$$\frac{D M + m D}{M - 3 m}$$

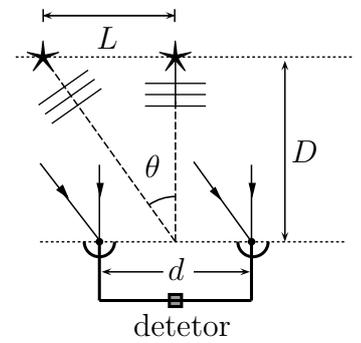
Finalmente temos a condição

$$\frac{L}{2} = \frac{\sin \vartheta (M + m) (D M + m D)}{\cos \vartheta (M - 3 m) (M - m)} + \frac{\sin \vartheta D (M + m)}{\cos \vartheta (M - m)}$$

$$\frac{t_2 \cos \vartheta v (M - m)}{M + m} = \frac{2 m t_2 \cos \vartheta v}{M + m} + \frac{2 m D}{M - m} + D$$

$$\frac{t_2 \cos \vartheta v M - m t_2 \cos \vartheta v}{M + m} = \frac{D M^2 + (2 m D + 2 m t_2 \cos \vartheta v) M + m^2 D - 2 m^2 t_2 \cos \vartheta v}{M^2 - m^2}$$

**Questão 24.** Dois radiotelescópios num mesmo plano com duas estrelas operam como um interferômetro na frequência de 2,1 GHz. As estrelas são interdistantes de  $L = 5,0$  anos-luz e situam-se a uma distância  $D = 2,5 \times 10^7$  anos-luz da Terra. Ver figura. Calcule a separação mínima,  $d$ , entre os dois radiotelescópios necessária para distinguir as estrelas. Sendo  $\theta \ll 1$  em radianos, use a aproximação  $\theta \simeq \tan \theta \simeq \sin \theta$ .



Solução 24.

A intensidade da onda que chega no interferômetro é dada por

$$I = A \cos^2\left(\frac{k\Delta d}{2}\right)$$

Se a estrela está diretamente na vertical  $\Delta d = 0$  e o máximo ocorre em  $x = 0$ . Se a estrela é deslocada da vertical elas chegam no interferômetro com uma defasagem caracterizada por  $\Delta d$ , deslocando o máximo da origem.

Os máximos são os do cosseno acima, então temos

$$\frac{k\Delta d}{2} = n\pi$$

Usando  $k = 2\pi/\lambda$  e usando o  $n$  mínimo temos a separação das estrelas

$$\ell = \frac{\lambda D}{L}$$

$$3.0 \times 10^{+8}$$

$$4.7304 \times 10^{+16}$$

$$2.3651999999999999 \times 10^{+23}$$

$$0.14285714285714$$

$$714285.7142857142$$

**Questão 25.** Em atmosfera de ar calmo e densidade uniforme  $d_a$ , um balão aerostático, inicialmente de densidade  $d$ , desce verticalmente com aceleração constante de módulo  $a$ . A seguir, devido a uma variação de massa e de volume, o balão passa a subir verticalmente com aceleração de mesmo módulo  $a$ . Determine a variação relativa do volume em função da variação relativa da massa e das densidades  $d_a$  e  $d$ .

Solução 25.

Calculamos o empuxo

$$g m_1 - d_a g V_1 = a m_1$$

$$d_a g V_2 - g m_2 = a m_2$$

$$\frac{\delta m g}{(g - a) m_1} + \frac{a \delta m}{(g - a) m_1} + \frac{2 a}{g - a}$$

**Questão 26.** Um mol de um gás ideal sofre uma expansão adiabática reversível de um estado inicial cuja pressão é  $P_i$  e o volume é  $V_i$  para um estado final em que a pressão é  $P_f$  e o volume é  $V_f$ . Sabe-se que  $\gamma = C_p/C_v$  é o expoente de Poisson, em que  $C_p$  e  $C_v$  são os respectivos calores molares a pressão e a volume constantes. Obtenha a expressão do trabalho realizado pelo gás em função de  $P_i, V_i, P_f, V_f$  e  $\gamma$ .

Solução 26.

O processo é adiabático, então

$$\Delta U = -W$$

Mas  $\Delta U$  também é

$$\Delta U = \frac{3}{2}nR(T_f - T_i)$$

$$c_p - c_v = R$$

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v} = \frac{5}{3} \quad c_p = \frac{5}{3}R \quad c_v = \frac{3}{2}R$$

$c_p$  = calor (específico) molar a pressão constante.

$c_v$  = calor (específico) molar a volume constante.

$$PV = nRT$$

$$-W = \Delta U = \frac{3}{2}nR(T_f - T_i) = \frac{3}{2}nRT_f - \frac{3}{2}nRT_i$$

$$-W = \frac{3}{2}R P_f V_f - \frac{3}{2}R P_i V_i$$

$$-W = \frac{3R P_f V_f - 3R P_i V_i}{2R}$$

$$-W = \frac{c_v P_f V_f - c_v P_i V_i}{(c_p - c_v)}$$

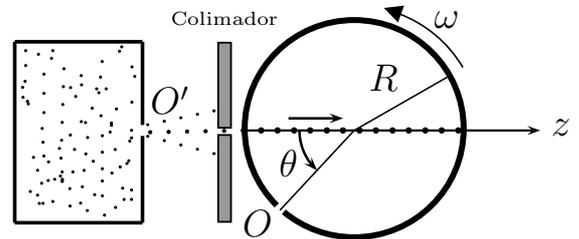
$$-W = \frac{P_f V_f - P_i V_i}{\left(\frac{c_p}{c_v} - 1\right)}$$

$$-W = \frac{P_f V_f - P_i V_i}{(\gamma - 1)}$$

$$W = \frac{P_i V_i - P_f V_f}{(\gamma - 1)}$$

**Questão 27.** Um dispositivo é usado para determinar a distribuição de velocidades de um gás. Em  $t = 0$ , com os orifícios  $O'$  e  $O$  alinhados no eixo  $z$ , moléculas ejetadas de  $O'$ , após passar por um colimador, penetram no orifício  $O$  do tambor de raio interno  $R$ , que gira com velocidade angular constante  $\omega$ . Considere, por simplificação, que neste instante inicial ( $t = 0$ ) as moléculas em movimento encontram-se agrupadas em torno do centro do orifício  $O$ . Enquanto o tambor gira, conforme mostra a figura, tais moléculas movem-se horizontalmente no interior deste ao longo da direção do eixo  $z$ , cada qual com sua própria velocidade, sendo paulatinamente depositadas na superfície interna do

tambor no final de seus percursos. Nestas condições, obtenha em função do ângulo  $\theta$  a expressão para  $v - v_{\min}$ , em que  $v$  é a velocidade da molécula depositada correspondente ao giro  $\theta$  do tambor e  $v_{\min}$  é a menor velocidade possível para que as moléculas sejam depositadas durante a primeira volta deste.



Solução 27.

O tempo que uma molécula vai anda OP é

$$t = \frac{2R}{v}$$

mas  $t$  também é dado por

$$t = \frac{\theta}{\omega}$$

Assim temos que

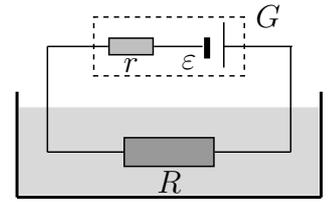
$$v = \frac{2R\omega}{\theta}$$

O  $v_{\min}$  é quando  $\theta = 2\pi$ , então temos

$$v - v_{\min} = \frac{2R\omega}{\theta} - v = \frac{2R\omega}{2\pi}$$

**Questão 28.** O experimento mostrado na figura foi montado para elevar a temperatura de certo líquido no menor tempo possível, dispendendo uma quantidade de calor  $Q$ . Na figura,  $G$  é um gerador de força eletromotriz  $\varepsilon$ , com resistência elétrica interna  $r$ , e  $R$  é a resistência externa submersa no líquido. Desconsiderando trocas de calor entre o líquido e o meio externo, a) Determine o valor de  $R$  e da corrente  $i$  em função de  $\varepsilon$  e da potência elétrica  $P$  fornecida pelo gerador nas condições impostas. b) Represente

graficamente a equação característica do gerador, ou seja, a diferença de potencial  $U$  em função da intensidade da corrente elétrica  $i$ . c) Determine o intervalo de tempo transcorrido durante o aquecimento em função de  $Q$ ,  $i$  e  $\varepsilon$ .



Solução 28.

A potência máxima dissipada na carga  $R$  acontece quando a resistência interna do gerador for  $r = R$  e a corrente

$$i = \frac{\varepsilon}{2R}$$

A expressão de  $U$  é

$$U = \varepsilon - ri$$

A quantidade de calor  $Q$  é dada por

$$Q_{cal} = \frac{\varepsilon^2 t}{4R} J$$

mas  $1 \text{ cal} = 4 \text{ J}$ . Transformando em Joules temos

$$t = \frac{16QR}{\varepsilon^2}$$

**Questão 29.** Duas placas condutoras de raio  $R$  e separadas por uma distância  $d \ll R$  são polarizadas com uma diferença de potencial  $V$  por meio de uma bateria. Suponha sejam uniformes a densidade superficial de carga nas placas e o campo elétrico gerado no vácuo entre elas. Um pequeno disco fino, condutor, de massa  $m$  e raio  $r$ , é colocado no centro da placa inferior. Com o sistema sob a ação da gravidade  $g$ , determine, em função dos parâmetros dados, a diferença de potencial mínima fornecida pela bateria para que o disco se desloque ao longo do campo elétrico na direção da placa superior.

Solução 29.

O campo elétrico entre as placas é

$$E = \frac{V}{d}$$

$$\sigma = \varepsilon_0 E = \varepsilon_0 \frac{V}{d}$$

$$F_e - Q E - P + m g - F_E - P = 0$$

$$Q E = m g$$

$$Q \frac{V_{min}}{d} = m g$$

$$V_{min} = \frac{m g d}{Q}$$

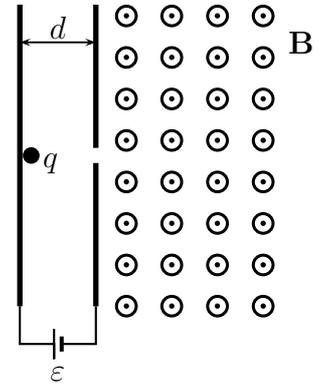
$$Q = \sigma \pi r^2$$

$$Q = \varepsilon_0 \frac{V_{min}}{d} \pi r^2$$

$$V_{min}^2 = \frac{m g d^2}{\varepsilon_0 \pi r^2}$$

$$V_{min} = \frac{d}{r} \sqrt{\frac{m g}{\varepsilon_0 \pi}}$$

**Questão 30.** Um próton em repouso é abandonado do eletrodo positivo de um capacitor de placas paralelas submetidas a uma diferença de potencial  $\varepsilon = 1000 \text{ V}$  e espaçadas entre si de  $d = 1 \text{ mm}$ , conforme a figura. A seguir, ele passa através de um pequeno orifício no segundo eletrodo para uma região de campo magnético uniforme de módulo  $B = 1,0 \text{ T}$ . Faça um gráfico da energia cinética do próton em função do comprimento de sua trajetória até o instante em que a sua velocidade torna-se paralela às placas do capacitor. Apresente detalhadamente seus cálculos.



Solução 30.

O campo elétrico entre as placas é

$$E = \frac{V}{d}$$

A força sobre ele é

$$F = \frac{qV}{d}$$

A aceleração entre as placas do capacitores

$$a = \frac{qV}{dm}$$

Usando Torricheli temos a velocidade final em qualquer x entre as placas

$$v = \sqrt{2} \sqrt{\frac{q x V}{dm}}$$

A energia cinética fica

$$E_c = \frac{q x V}{d}$$

Quando ele entra no campo magnético a sua energia cinética permanece constante valendo  $\frac{1}{2}mv^2 = qV$

$$E_c = \frac{q x V}{d} = q V = 1,6 \times 10^{-19} \times 10^3 = 1,6 \times 10^{-16} \text{ J}$$

$$S = \frac{\pi R}{2}$$

$$R = \frac{mv_0}{qB} = \frac{m}{qB} \sqrt{\frac{2qV}{m}}$$

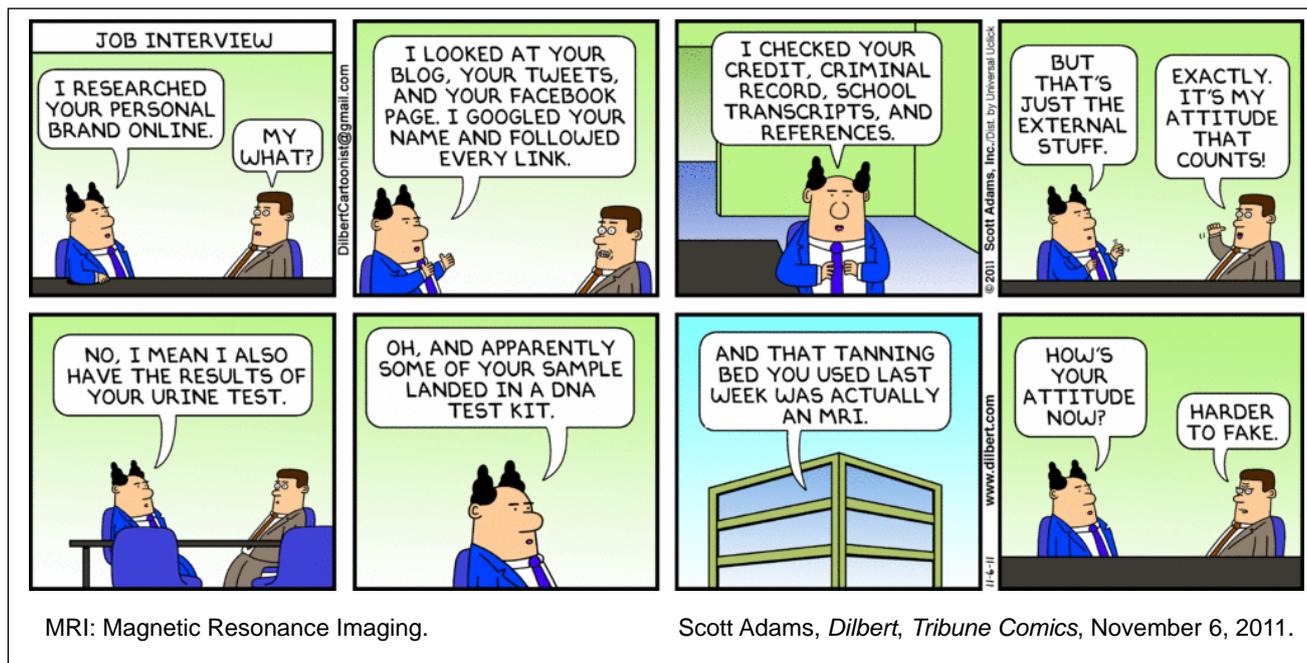
sendo  $m = 1,7 \times 10^{-27} \text{ kg}$ ,  $B = 1,0 \text{ T}$ ,  $V = 10^3 \text{ V}$ , substituindo os valores, teremos  $R = 4,6 \text{ mm}$  Logo

$$S = \frac{3,14}{2} \times 4,6$$

$$S = 7,2 \text{ mm}$$

Gráfico da energia cinética em função de x

As questões de 1a 4 referem-se à tirinha a seguir:



**Questão 1.** No contexto em que se insere, “external stuff”, no quarto quadro da tirinha, foi interpretado, pelo entrevistado, como

- A ( ) funcionários terceirizados.
- B ( ) exames de rotina para contratação.
- C ( ) informações de menor importância.
- D ( ) dados de veracidade questionável.
- E ( ) dados investigados externamente.

**Questão 2.** Segundo a tirinha, em uma entrevista de trabalho

- A ( ) está cada vez mais difícil falsear informações pessoais.
- B ( ) a empresa contratante exige uma série de exames clínicos que atestem a saúde do candidato.
- C ( ) a atitude do candidato é comprovada através de detalhada investigação laboratorial.
- D ( ) o desempenho do entrevistado é de suma importância para a construção de sua imagem.
- E ( ) as informações sobre o entrevistado, disponíveis *online*, não são mais importantes do que sua atitude e apresentação pessoal.

**Questão 3.** “Tanning bed”, no penúltimo quadro da tirinha

- A ( ) foi mencionado para ocultar um MRI.
- B ( ) refere-se a uma atitude do entrevistado.
- C ( ) refere-se a um tipo de cama utilizada para relaxamento.
- D ( ) é sinônimo de MRI.
- E ( ) é um tipo de exame.

**Questão 4.** A palavra “landed”, na sentença “apparently some of your sample landed [...]”, no sexto quadro da tirinha, pode ser substituída por

- A ( ) stopped.
- B ( ) ended up.
- C ( ) was included.
- D ( ) arrived.
- E ( ) was caught.

As questões de 5 a 12 referem-se ao texto a seguir:

## 5 Ways To Turn Fear Into Fuel

*Editor's note: This is a guest post from Jonathan Fields, author of [Uncertainty: Turning Fear and Doubt Into Fuel for Brilliance](#).*

1           Uncertainty. It's a terrifying word.  
          Living with it, dangling over your head like the sword of Damocles, day in day out, is enough to send anyone spiraling into a state of anxiety, fear and paralysis.

5           Like it or not, though, uncertainty is the new normal. We live in a time where the world is in a state of constant, long-term flux. And, that's not all. If you want to spend your time on the planet not just getting-by, but consistently creating art, experiences, businesses and lives that truly matter, you'll need to proactively seek out, invite and even deliberately amplify uncertainty. Because the other side of uncertainty is opportunity.

10          Nothing great was ever created by waiting around for someone to tell you it's all going to be okay or for perfect information to drop from the sky. Doesn't happen that way. Great work requires you to act in the face of uncertainty, to live in the question long enough for your true potential to emerge. There is no alternative.

          When you find the strength to act in the face of uncertainty, you till the soil of genius.

15          Problem is, that kills most people. It leads to unease, anxiety, fear and doubt on a level that snuffs out most genuinely meaningful and potentially revolutionary endeavors before they even see the light of day. Not because they wouldn't have succeeded, but because you never equipped yourself to handle and even harness the emotional energy of the journey.

          But, what if it didn't have to be that way?

          What if there was a way to turn the fear, anxiety and self-doubt that rides along with acting in the face of uncertainty—the head-to-toe butterflies—into fuel for brilliance?

20          Turns out, there is. Your ability to lean into the unknown isn't so much about luck or genetics, rather it's something entirely trainable. I've spent the past few years interviewing world-class creators across a wide range of fields and pouring over research that spans neuroscience, decision-theory, psychology, creativity and business.

25          Through this work, a collection of patterns, practices and strategies have emerged that not only turbocharge insight, creativity, innovation and problem-solving, but also help ameliorate so much of the suffering so often associated with the pursuit of any creative quest.

Fonte: <http://zenhabits.net/fearfuel>. Acesso em 07/12/2011. Texto adaptado.

**Questão 5.** De acordo com a ideia central do texto, a incerteza

- A ( ) é comum nos dias de hoje e leva a um estado de ansiedade e medo paralisante.
- B ( ) é normal nos dias de hoje e impede o desenvolvimento das potencialidades.
- C ( ) é normal nos dias de hoje mas também pode proporcionar oportunidades.
- D ( ) embora natural nos dias de hoje, pode até levar à morte.
- E ( ) embora seja objeto de estudo de diversas áreas de conhecimento, nenhuma desenvolveu mecanismos para sua total superação.

**Questão 6.** Na sentença “**When you find the strength to act in the face of uncertainty, you till the soil of genius**” (linha 13), o vocábulo “**till**” tem o mesmo significado de

- A ( ) crop.
- B ( ) until.
- C ( ) stir.
- D ( ) cultivate.
- E ( ) still.

**Questão 7.** No trecho **“Problem is, that kills most people”** (linha 14), o pronome relativo **“that”** refere-se a

- A ( ) falta de alternativas.
- B ( ) longos questionamentos.
- C ( ) dificuldade para agir diante da incerteza.
- D ( ) incapacidade de descobrir o verdadeiro potencial.
- E ( ) falta de informações precisas.

**Questão 8.** Escolha a opção que apresenta a mesma ideia da afirmação a seguir: **“Your ability to lean into the unknown isn’t so much about luck or genetics, rather it’s something entirely trainable”** (linhas 21 e 22).

- A ( ) Your ability to deal with the unknown isn’t a matter of genetics but luck.
- B ( ) Your ability to deal with the unknown has nothing to do with genetics or luck but training.
- C ( ) Your ability to deal with the unknown rather than being simply about genetics is equally a matter of luck and training.
- D ( ) Your ability to deal with the unknown, instead of being simply a matter of luck and genetics, is mainly something trainable.
- E ( ) Your ability to deal with the unknown, instead of being entirely trainable, is mainly a matter of luck and genetics.

**Questão 9.** A expressão **“The head-to-toe butterflies”** (linha 20), no contexto em que se insere, significa

- A ( ) incertezas que confundem a mente.
- B ( ) autoquestionamentos que imobilizam o corpo da cabeça aos pés.
- C ( ) aflições que acabam interferindo no bom funcionamento do organismo.
- D ( ) sensação de formigamento nas extremidades do corpo.
- E ( ) medos e ansios que dão a sensação de “frio na barriga”.

**Questão 10.** Assinale a afirmação correta.

- A ( ) **“day in day out”** (linha 2) equivale a **every other day**.
- B ( ) **“getting by”** (linha 6) equivale à expressão: **vir ao mundo a passeio**.
- C ( ) **“seek out [...] uncertainty”** (linha 7) opõe-se a **seek out opportunity**.
- D ( ) A palavra **“handle”** (linha 17) pode ser entendida por **evitar**.
- E ( ) **“pouring over”** (linha 23) pode ser substituído por **making**.

**Questão 11.** No contexto em que se insere, a afirmação **“turns out, there is”** (linha 21) pode ser entendida como:

- A ( ) é possível transformar medo e ansiedade em algo construtivo.
- B ( ) o medo e a ansiedade levam à inação.
- C ( ) a incerteza transforma o medo em ansiedade e dúvida.
- D ( ) temores estão geralmente associados à incerteza.
- E ( ) há um caminho no qual temores e incertezas andam juntos.

**Questão 12.** Na linha 4, “**Like it or not**”

- A ( ) refere-se à espada de Damocles.
- B ( ) significa *sendo ou não sendo* como descrito no texto.
- C ( ) refere-se à normalidade da incerteza nos dias atuais.
- D ( ) significa *goste disso ou não goste*.
- E ( ) refere-se aos sentimentos desencadeados pela incerteza.

**Questão 13.** Leia o anúncio abaixo e assinale a opção que substitui corretamente a afirmação “**so should your airline**”.



KEEP CLIMBING  
DELTA

**BUSINESS CROSSES  
BORDERS. SO SHOULD  
YOUR AIRLINE.**  
OVER 330 DESTINATIONS WORLDWIDE.

Fonte: *The New Yorker*, May 14, 2012. Texto

- A ( ) Your airline should offer its clients a wider range of businesses.
- B ( ) Business should cross borders and also should your airline.
- C ( ) Your airline should invest more in business worldwide.
- D ( ) Business crosses borders and your airline should, too.
- E ( ) Your airline should keep on doing business abroad so as to improve its results.

As questões de 14 a 20 referem-se ao texto a seguir:

## Reboot the School

SALMAN KHAN'S YOUTUBE LESSONS HAVE ALREADY MADE HIM A GEEK CELEBRITY.  
NOW HE WANTS TO REINVENT HOMEWORK, BANISH CLASSROOM LECTURES—AND MAYBE SAVE EDUCATION.

By Kayla Webley

1 Fifth-graders at Eastside College Preparatory School in East Palo Alto, Calif., sit at their desks with netbooks. They're in the middle of a math lesson, listening as a teacher explains how to convert percentages to decimals. "If we get rid of the percent sign, we just have to move the decimal sign two places to the left," the instructor says. Pens scribble across notebooks.

5 Eleven thousand miles away in Accra, Ghana, students at the African School for Excellence are studying logarithms. Their teacher is the same one firing off math tips in California—both groups of kids are learning by watching online videos. While the screen shows a march of equations and diagrams, the students never actually see the face of the lecturer. There's just a voice, deep, patient and unrehearsed—think NPR host crossed with Mister Rogers. His inflection rises at times to underscore a point or when he gets really excited. "Math is not just random things to memorize and regurgitate on a test next week," he says. "It's the purest way of describing the universe!"

10 The voice belongs to Salman Khan, a 35-year-old hedge-fund manager turned YouTube professor to millions around the world. Thanks to his Khan Academy, an online repository of some 3,250 digital lectures, he has become a celebrity to techies, educators and uncounted high schoolers cramming for the AP biology test. His 18-minute discourse on the Krebs cycle and cell metabolism has been viewed more than 675,000 times.

15 But Khan isn't satisfied with being the most famous teacher ever to appear on a Web browser. He believes he has stumbled onto a solution to some of education's most intractable problems, with his video-driven teaching method at its heart. He wants to fundamentally change the role of teachers in the classroom—and redefine the concept of homework along the way. And he has persuaded Bill Gates, Google's Eric Schmidt and a minor constellation of other tech billionaires to back this quest.

20 Education reform is notoriously difficult. K-12 schools are debating everything from teacher evaluations to standardized tests, with no consensus in sight. Universities, meanwhile, are confronting massive budget cuts and new kinds of competition—as dramatized by the recent turmoil at the University of Virginia. Its board fired the president amid worries that UVa wasn't keeping up with change and embracing online education fast enough, then rehired her 16 days later after a backlash from students and faculty.

25 At all levels, there's plenty of skepticism about any tech-centric approach to teaching. An estimated \$65.7 billion was spent in the U.S. last year on education technology, according to research firm Gartner. But many educators say there is little concrete proof of its benefits.

30 Khan is already butting up against veteran teachers nervous about their roles in his brave new classroom. But the biggest obstacle of all may be Khan himself. For all his grassroots fandom and Silicon Valley cred, he's not an educator, and he's never worked with children. Are parents and teachers ready to upend hundreds of years of precedent about how basic subjects are taught on the word of a guy who has spent more time analyzing financial statements than standing before a blackboard?

Fonte: *Time*, July 9, 2012. Texto adaptado.

**Questão 14.** Escolha a opção correta.

- A ( ) O texto descreve o método adotado para o ensino de matemática na Eastside College Preparatory School, em Palo Alto, Califórnia.
- B ( ) O uso da tecnologia está tão disseminado que em Gana, África, substitui o professor no ensino de logaritmos.
- C ( ) Khan não é educador, mas pode ter encontrado a solução para alguns problemas educacionais.
- D ( ) Cortes no orçamento provocaram demissão em massa e tumulto na Universidade de Virgínia.
- E ( ) Nos vídeos *online*, não é possível ver o rosto do professor; apenas se ouve a voz de Mister Rogers.

**Questão 15.** Na sentença em que se insere “**He believes he has stumbled onto a solution to some of education’s most intractable problems**” (linhas 18 e 19), o verbo “**stumbled onto**” pode ser substituído por

- A ( ) come upon.
- B ( ) search for.
- C ( ) figured out.
- D ( ) come up with.
- E ( ) pointed out.

**Questão 16.** A palavra “**teaching**”, em “**video-driven teaching method**” (linha 19),

- A ( ) deve ser traduzida por “ensinando”.
- B ( ) tem a mesma função gramatical da palavra “**YouTube**”, na construção “**YouTube professor**” (linhas 12 e 13).
- C ( ) refere-se à palavra “**video**”.
- D ( ) tem a mesma função gramatical da palavra “**professor**”, na construção “**YouTube professor**” (linhas 12 e 13).
- E ( ) tem a mesma função gramatical da palavra “**turned**”, na construção “**turned YouTube professor**” (linhas 12 e 13).

**Questão 17.** No contexto em que se insere, “**this quest**” (linha 22) refere-se

- A ( ) à tentativa de disseminação do uso de tecnologia na educação formal.
- B ( ) à busca de aprovação de bilionários da tecnologia para sua pretensão de introduzir educação *online* no sistema de ensino.
- C ( ) ao questionamento acerca das abordagens do ensino tradicional.
- D ( ) à tentativa de desenvolver tarefas de casa de forma que cada estudante trabalhe no seu próprio ritmo.
- E ( ) à busca por mudança no conceito de ensinar e de fixar o conteúdo ensinado.

**Questão 18.** Nas frases “**Their teacher is the same one firing off math tips in California [...]**” (linha 6) e “**Its board fired the president amid worries [...]**” (linha 26)

- A ( ) “**firing off**” e “**fired**”, embora utilizados em tempos verbais diferentes, têm o mesmo significado.
- B ( ) “**firing off**” equivale a **sending quickly**.
- C ( ) “**firing off**” e “**fired**” têm sentidos opostos.
- D ( ) “**firing off**” e “**fired**” podem ser substituídos, respectivamente, por **shooting off** e **shot**.
- E ( ) “**firing off**” equivale a **spread** e “**fired**” equivale a **detonate**.

**Questão 19.** Assinale a opção correta, de acordo com o texto.

- A ( ) Professores, de modo geral, acreditam que o ensino centrado numa abordagem tecnológica pode ser a grande promessa para o avanço educacional.
- B ( ) Khan quer contar com a ajuda de celebridades como Bill Gates para vencer algumas resistências em relação ao seu método educacional.
- C ( ) Há pais e professores que desconfiam da pretensão de um profissional do mercado financeiro em substituir a experiência educacional acumulada ao longo de muito tempo.
- D ( ) Há descrença quanto à aplicação da abordagem de Khan em crianças do ensino fundamental.
- E ( ) A maioria dos professores do ensino regular defende uma proposta de ensino tradicional.

**Questão 20.** A palavra “**actually**” (linha 8)

- A ( ) está empregada com o mesmo significado de **can**.
- B ( ) é um cognato.
- C ( ) está relacionada à modernidade mencionada no texto.
- D ( ) é sinônimo de **eventually**.
- E ( ) equivale a **really**.

As questões 21 a 26 referem-se ao Texto 1.

Texto 1

Escravos da tecnologia

1 Não, não vou falar das fábricas que atraem trabalhadores honestos e os tratam de forma desumana. Cada vez que um produto informa orgulhoso que foi desenhado na Califórnia e fabricado na China, sinto um arrepio na espinha. Conheço e amo essas duas partes do mundo.

5 Também conheço a capacidade de a tecnologia eliminar empregos. Parece o sonho de todo patrão: muita margem de lucro e poucos empregados. Se possível, nenhum! Tudo terceiro!

Conheço ainda como a tecnologia é capaz de criar empregos. Vivo há 15 anos num meio que disputa engenheiros e técnicos a tapa, digo, a dólares. O que acontece aí no Brasil, nessa área, acontece igualzinho no Vale do Silício: empresas tentando arrancar talentos umas das outras. Aqui, muitos decidem tentar a sorte abrindo sua própria *start-up*, em vez de encher o bolso do patrão. Estou rodeada também de investidores querendo fazer apostas para...  
10 Altar a encher os bolsos ainda mais.

Mas queria falar hoje de outro tipo de escravidão tecnológica. Não dos que dormiram na rua sob chuva para comprar o novo iPhone 4S... Quero reclamar de quanto nós estamos tendo de trabalhar de graça para os sistemas, cada vez que tentamos nos mover na Internet. Isso é escravidão – e odeio isso.

15 Outro dia, fiz aniversário e fui reservar uma mesa num restaurante bacana da cidade. Achei o *site* do restaurante, rápido, e pareceu fácil de reservar *on-line*. *Call on* OpenTable, sistema bastante usado e eficaz por aqui. Escolhi dia, hora, informei número de pessoas e, claro, tive de dar meu nome, *e-mail* e telefone.

Dois dias antes da data marcada, precisei mudar o número de participantes, pois tive confirmação de mais pessoas. Entrei no *site*, mas aí nem o *site* nem o OpenTable podiam modificar a reserva *on-line*, pela proximidade do jantar. A recomendação era... telefonar ao restaurante! Humm... Telefonei. Secretária eletrônica. Deixei recado.

20 No dia seguinte um funcionário do restaurante me ligou, confirmando ter ouvido o recado e tudo certo com o novo tamanho da mesa. Incrível! Que felicidade ouvir um ser humano de verdade me dando a resposta que eu queria ouvir! Hoje, tentando dar conta da leitura dos vários *e-mails* que recebo, tentando arduamente não perder os relevantes, os imprescindíveis, os dos amigos, os da família e os dos leitores, recebi um do OpenTable.

25 Queriam que avaliasse minha experiência no restaurante. Tudo bem, concordo que *ranking* de público é coisa gal. Mas posso dizer outra coisa?

Não tenho tempo de ficar entrando em *sites* e preenchendo questionários de avaliação de cada refeição, produto e serviço que usufruo na vida! Simples assim! Sem falar que é chato! Ainda mais agora que os crescentes intermediários eletrônicos se metem no jogo entre o cliente e o fornecedor.

30 Quando o garçom ou o “maitre” perguntam se a comida está boa, você fica contente em responder, até porque eles podem substituir o prato se você não estiver gostando. Mas quando um terceiro se mete nessa relação sem ser chamado, pode ser excessivo e desagradável. Parece que todas as empresas do mundo decidiram que, além de exigir informações cadastrais, *logins* e senhas, e empurrar goela abaixo seus sistemas automáticos de atendimento, tenho agora de preencher fichas pós-venda eletronicamente, de modo que as estatísticas saiam prontas e baratinhas para  
35 *chefs* do outro lado da tela, à custa do meu precioso tempo!

Por que o OpenTable tem de perguntar de novo o que achei da comida? Eu sei. Porque para o OpenTable essa informação tem um valor diferente. Não contente em fazer reservas, quis invadir a praia do Yelp, o grande guia local que lista e traz avaliações dos clientes para tudo quanto é tipo de serviço, a começar pelos restaurantes.

O Yelp, por sua vez, invadiu a praia do Zagat (recém-comprado pelo Google), tradicionalíssimo guia (em papel)  
40 *de* restaurantes, que, por décadas, foi alimentado pelas avaliações dos leitores, via correio.

405 As relações cliente-fornecedor estão mudando. Não faltarão “redutores” de custos e atravessadores *on-line*.  
(Marion Strecker. *Folha de S. Paulo*, 20/10/2011. Texto adaptado.)

(\*) *Start-up*: Empresa com baixo custo de manutenção, que consegue crescer rapidamente e gerar grandes e crescentes lucros em condições de extrema incerteza.

**Questão 21.** Embora todas as afirmações abaixo estejam respaldadas no texto, o foco da crítica está

- A ( ) na venda de produtos e serviços por meio de empresas virtuais.
- B ( ) no consumo das pessoas em empresas virtuais atualmente.
- C ( ) na intermediação da Internet nas relações consumidores e empresas.
- D ( ) nas pessoas que se deixam explorar pelas empresas virtuais.
- E ( ) nas pesquisas de opinião que consumidores fazem gratuitamente para as empresas virtuais.

**Questão 22.** O aspecto da noção de *sistema* criticado no texto diz respeito

- A ( ) à fabricação de produtos tecnológicos em mais de um país.
- B ( ) ao uso de mecanismos computacionais para colher informações dos consumidores.
- C ( ) aos mecanismos eletrônicos para fazer reservas.
- D ( ) à forma como foram elaborados os guias Yelp e Zagat.

E ( ) à terceirização da fabricação de produtos e da prestação de serviços.

**Questão 23.** Assinale a opção em que o trecho **NÃO** apresenta uma interpretação subjetiva da autora.

A ( ) Parece o sonho de todo patrão: muita margem de lucro e poucos empregados. (linhas 4 e 5)

B ( ) Isso é escravidão – e odeio isso. (linha 13)

C ( ) Dois dias antes da data marcada, precisei mudar o número de participantes, pois tive a confirmação de mais pessoas. (linhas 17 e 18)

D ( ) Tudo bem, concordo que *ranking* de público é coisa legal. (linhas 26 e 27)

E ( ) Mas quando um terceiro se mete nessa relação sem ser chamado, pode ser excessivo e desagradável. (linhas 32 e 33)

**Questão 24.** Assinale a opção em que no trecho selecionado **NÃO** se evidencia o recurso à linguagem figurada.

A ( ) Também conheço a capacidade de a tecnologia eliminar empregos. (linha 4)

B ( ) Vivo há 15 anos num meio que disputa engenheiros e técnicos a tapa, digo, a dólares. (linhas 6 e 7)

C ( ) Aqui, muitos decidem tentar a sorte abrindo sua própria *start-up*, em vez de encher o bolso do patrão. (linhas 8 e 9)

D ( ) Parece que todas as empresas do mundo decidiram que, além de exigir informações cadastrais, *logins* e senhas, e empurrar goela abaixo seus sistemas automáticos de atendimento, [...]. (linhas 33 a 35)

E ( ) Não contente em fazer reservas, quis invadir a praia do Yelp, o grande guia local que lista e traz avaliações dos clientes para tudo quanto é tipo de serviço, a começar pelos restaurantes. (linhas 38 e 39)

**Questão 25.** Em diversos momentos do texto, a autora dialoga com o leitor, antecipando possíveis reações dele. Assinale a opção em que no trecho selecionado **NÃO** há essa antecipação.

A ( ) Não, não vou falar das fábricas que atraem trabalhadores honestos e os tratam de forma desumana. (linha 1)

B ( ) Não dos que dormiram na rua sob chuva para comprar o novo iPhone 4S... (linhas 11 e 12)

C ( ) Mas posso dizer outra coisa? (linha 27)

D ( ) Eu sei. Porque para o OpenTable essa informação tem um valor diferente. (linhas 37 e 38)

E ( ) As relações cliente-fornecedor estão mudando. (linha 43)

**Questão 26.** No trecho “**Porque para o OpenTable essa informação tem um valor diferente.**” (linhas 37 e 38), o segmento grifado refere-se

A ( ) à opinião do consumidor sobre a comida.

B ( ) ao trabalho de fazer reservas.

C ( ) às avaliações dos restaurantes.

D ( ) às avaliações de todo tipo de serviço.

E ( ) às fichas pós-venda eletrônicas.

**As questões 27 a 29 referem-se ao Texto 2.**

## Texto 2

### Trecho de uma entrevista com o escritor canadense Don Tapscott.

**Jornalista:** \_\_\_\_\_

**Don Tapscott:** Quando falamos em informação livre, em transparência, falamos de governos, de empresas, não do ser humano comum. As pessoas não têm obrigação de expor seus dados, seus gostos. Ao contrário, elas têm a obrigação de manter a privacidade. Porque a garantia da privacidade é um dos pilares de nossa sociedade. Mas vivemos num mundo em que as informações pessoais circulam, e essas informações formam um ser virtual. Muitas vezes, esse ser virtual tem mais dados sobre você do que você mesmo. Exemplo: você pode não lembrar o que comprou há um ano, o que comeu ou que filme viu há um ano. Mas a empresa de cartão de crédito sabe, o Facebook pode saber. Muitas pessoas defendem toda essa abertura, mas isso pode ser muito perigoso por uma série de razões. Há muitos agentes do mal por aí, pessoas que podem coletar informações a seu respeito para prejudicá-lo. Muitas vezes somos nós que oferecemos essa informação. Por exemplo, 20% dos adolescentes nos Estados Unidos enviam para as namoradas ou namorados fotos em que aparecem nus. Quando uma menina de 14 anos faz isso, ela não tem ideia de onde vai parar essa imagem. O namorado pode estar mal-intencionado ou ser ingênuo e compartilhar a foto.

**Jornalista:** *E as informações que não fornecemos, mas que coletam sobre nós por meio da visita a websites ou pelo consumo?*

**Don Tapscott:** Há dois grandes problemas. Um é o que chamo de *Big Brother 2.0*, que é diferente daquela ideia de ser filmado o tempo todo por um governo. Esse *Big Brother 2.0* é a coleta sistemática de informações feita pelos governos. O segundo problema é o "little brother" – as empresas que também coletam informações a nosso respeito por razões econômicas, para definir nosso perfil e nos bombardear com publicidade. Muitas empresas, como o Facebook, querem é que a gente forneça mais e mais informações sobre nós mesmos porque isso tem valor. Às vezes, isso pode até ser vantajoso. Se eu, de fato, estiver procurando um carro, seria ótimo receber publicidade de carros diretamente. Mas e se essas empresas tentarem manipulá-lo? Podem usar sofisticados instrumentos de psicologia para motivá-lo a fazer alguma coisa sobre a qual você nem estava pensando.

**Jornalista:** *O que podemos fazer para evitar isso?*

**Don Tapscott:** Precisamos de mais leis sobre como essas informações são usadas. É necessário ficar claro que os dados coletados serão usados apenas para um propósito específico e que esse conjunto de dados não pode ser vendido para outros sem a sua permissão. (Folha de S. Paulo, 12/07/2012. Texto adaptado.)

**Questão 27.** Para o entrevistado, a coleta de informações

- I. por indivíduos pode ser prejudicial às pessoas.
- II. pelo “little brother” é mais danosa do que a pelo *Big Brother 2.0*.
- III. por empresas pode ser danosa se as pessoas não souberem para que são usadas.

Está(ão) correta(s) apenas:

- A ( ) I.                      B ( ) I e III.                      C ( ) II.                      D ( ) II e III.                      E ( ) III.

**Questão 28.** Assinale a opção que apresenta a melhor pergunta do jornalista (1ª linha do texto) para a resposta do entrevistado.

- A ( ) Qual sua opinião sobre o uso que as empresas fazem da Internet?
- B ( ) O senhor vê grandes mudanças na comunicação hoje, após o advento da Internet?
- C ( ) Qual sua opinião sobre o comportamento dos jovens hoje na Internet?
- D ( ) Hoje, quando tanto se fala de troca de informações *on-line*, como fica a questão da privacidade?
- E ( ) Atualmente, por que os governos precisam de tantas informações sobre as pessoas comuns?

**Questão 29.** Na resposta de Don Tapscott para a segunda pergunta, uma forma típica da linguagem oral, cujo uso **NÃO** é recomendado para textos escritos formais é:

- I. a troca de pronome da primeira para a segunda pessoa do singular.
- II. a forma do pronome relativo em “sobre a qual”.
- III. o emprego do pronome pessoal oblíquo em “manipulá-lo” e “motivá-lo”.

Está(ão) correta(s) apenas:

- A ( ) I.                      B ( ) I e II.                      C ( ) I e III.                      D ( ) II.                      E ( ) II e III.

**Questão 30.** Os **Textos 1** (Escravos da tecnologia) e **2** (trecho de uma entrevista com Don Tapscott) têm em comum:

- A ( ) a crítica à exposição da privacidade dos usuários da Internet pelas empresas.
- B ( ) as avaliações da autora (Texto 1) e do entrevistado (Texto 2) em relação ao uso atual da Internet.
- C ( ) o apontamento de mais aspectos positivos que negativos no uso da Internet.
- D ( ) a crítica ao fornecimento voluntário de dados por usuários da Internet para as empresas.
- E ( ) a ingenuidade dos internautas quanto ao fornecimento de informações.

**As questões 31 e 32 referem-se ao Texto 3.**

### Texto 3

Edison não conseguia se concentrar de jeito nenhum. Tinha sempre dois ou três empregos e passava o dia indo de um para outro. Adorava trocar mensagens, e se acostumou a escrever recados curtos e constantes, às vezes para mais de uma pessoa ao mesmo tempo. Apesar de ser um cara mais inteligente do que a média, sofria quando precisava ler um livro inteiro. Para completar, comia rápido e dormia pouco – e não conseguia se dedicar ao casamento conturbado, por falta de tempo. Se identificou? Claro, quem não tem esses problemas? Passar horas no twitter ou no celular, correr de um lado para o outro e ter pouco tempo disponível para tantas coisas que você tem que fazer são dramas que todo mundo enfrenta. Mas esse não é um mal do nosso tempo. O rapaz da história aí em cima era ninguém menos que Thomas Edison, o inventor da lâmpada. A década era a de 1870 e o aparelho que ele usava para mandar e receber mensagens, um telégrafo. O relato, que está em uma edição de 1910 do jornal *New York Times*, conta que quando Edison finalmente percebeu que seu problema era falta de concentração, parou tudo. Se fechou em seu escritório e se focou em um problema de cada vez. A partir daí, produziu e patenteou mais de 2 mil invenções. [...] (Gisela Blanco. *Superinteressante*, julho/2012)

**Questão 31.** O tema desse texto é:

- A ( ) o modo de viver de um cientista durante parte de sua vida.
- B ( ) a dispersão de um cientista.
- C ( ) a criatividade de um grande gênio da ciência.
- D ( ) a falta de tempo das pessoas.
- E ( ) a dificuldade de concentração de pessoas ao longo dos tempos.

**Questão 32.** O emprego da vírgula no trecho, “A década era a de 1870 e o aparelho que ele usava para mandar e receber mensagens, um telégrafo.”, é semelhante em:

- A ( ) Para quem busca uma diversão na tarde de domingo, este filme é o mais recomendado.
- B ( ) Ainda que não sejam os de menor custo, os alimentos orgânicos são os mais indicados pelos nutricionistas.
- C ( ) O professor de desenho prefere os alunos criativos e o de lógica, os ousados na teoria.
- D ( ) Os testes de QI (Quociente de Inteligência), atualmente, são desacreditados por diversas correntes teóricas da Psicologia.
- E ( ) Pôr circuitos eletrônicos em envoltórios é uma prática comum, conhecida como encapsulamento.

**As questões 33 e 34 referem-se ao Texto 4.**

#### Texto 4

Nove em cada dez usuários de Internet recebem *spams* em seus *e-mails* corporativos, segundo estudo realizado pela empresa alemã Antispameurope, especializada em lixo eletrônico virtual. Cada trabalhador perde, em média, sete minutos por dia limpando a caixa de mensagens, e essa quebra na produtividade custa € 828 – pouco mais de R\$ 2,3 mil – anuais às empresas.

Tomando-se como base os números apontados pela pesquisa, uma corporação de médio porte, com mil funcionários, perde, portanto, € 828 mil por ano – ou R\$ 2,3 milhões – com esta prática que é considerada, apesar de simplória, uma verdadeira praga da modernidade.

O *spam* remete às mensagens não-solicitadas enviadas em massa, geralmente utilizadas para fins comerciais, e pode de fato prejudicar consideravelmente a produtividade no ambiente de trabalho.

Um relatório da Symantec, empresa de segurança virtual, mostra que o Brasil é o segundo maior emissor de *spam* do mundo, com geração de 10% de todo o fluxo de mensagens indesejadas na rede mundial de computadores. Os campeões são os norte-americanos, com 26%. [...] (Rodrigo Capelo. <http://www.vocecommaistempo.com.br>. Acesso em: 23/09/2012. Texto adaptado.)

**Questão 33.** Um título que contempla o conteúdo abordado no texto é:

- A ( ) Spam: Estados Unidos e Brasil lideram o ranking.
- B ( ) Spam: preocupação de empresas europeias.
- C ( ) Spam: perda de tempo e prejuízos financeiros.
- D ( ) Spam: praga da modernidade.
- E ( ) Spam: nova forma de propaganda.

**Questão 34.** A expressão “apesar de simplória” no segundo parágrafo pode ser substituída por

- A ( ) embora efêmera.
- B ( ) no entanto fácil.
- C ( ) não obstante comum.
- D ( ) ainda que pouco complexa.
- E ( ) todavia rápida.

**Questão 35.** O conto *Missa do galo*, de Machado de Assis, relata uma conversa do narrador, Sr. Nogueira, um jovem de 17 anos, com Conceição, de 30 anos, mulher do escrivão Meneses, um distante parente seu. O narrador, de Mangaratiba (RJ), hospedou-se durante alguns meses na casa de Meneses e Conceição, no Rio de Janeiro, a fim de estudar na capital. O foco do conto é a incompreensão do narrador sobre tal conversa com Conceição, momentos antes da missa do galo. O fragmento abaixo expressa um dos aspectos que contribuiu para a incompreensão do narrador.

De costume tinha os gestos demorados e as atitudes tranquilas; agora, porém, ergueu-se rapidamente, passou para o outro lado da sala e deu alguns passos, entre a janela da rua e a porta do gabinete do marido. Assim, com o desalinho honesto que trazia, dava-me uma impressão singular. Magra embora, tinha não sei que balanço no andar, como quem lhe custa levar o corpo; essa feição nunca me pareceu tão distinta como naquela noite. Parava algumas vezes, examinando um trecho da cortina ou consertando a posição de algum objeto no aparador; afinal deteve-se, ante mim, com a mesa de permeio. Estreito era o círculo das suas ideias; tornou ao espanto de me ver esperar acordado; eu repeti-lhe o que ela sabia, isto é, que nunca ouvira missa do galo na Corte, e não queria perdê-la.

Esse aspecto, recorrente no conto, refere-se

- A ( ) à movimentação de Conceição na sala.
- B ( ) às razões da insônia de Conceição.
- C ( ) ao acanhamento de Conceição.
- D ( ) à conversa repetitiva de Conceição.
- E ( ) aos sobressaltos de Conceição.

**Questão 36.** As personagens desta obra, que anunciam um movimento literário posterior, são quase caricaturas de tipos do estrato socioeconômico médio da sociedade da época – o mestre de rezas, a cigana, o barbeiro, dentre outras. Elas agem conforme as

necessidades de sobrevivência, sem moralismos ou escrúpulos. As personagens, de certa forma, representam aspectos da cultura brasileira, entre os quais se destaca o “jeitinho brasileiro”. Trata-se de:

- A ( ) *O cortiço*, de Aluísio Azevedo.
- B ( ) *O Ateneu*, de Raul Pompéia.
- C ( ) *Macunaíma*, de Mário de Andrade.
- D ( ) *Memórias de um Sargento de Milícias*, de Manuel Antônio de Almeida.
- E ( ) *Memórias sentimentais de João Miramar*, de Oswald de Andrade.

**Questão 37.** O poema ao lado traz a seguinte característica da escola literária em que se insere:

- A ( ) tendência à morbidez.
- B ( ) lirismo sentimental e intimista.
- C ( ) precisão vocabular e economia verbal.
- D ( ) depuração formal e destaque para a sensualidade feminina.
- E ( ) registro da realidade através da percepção sensorial do poeta.

### Violões que Choram...

*Cruz e Sousa*

Ah! plangentes violões dormentes, mornos,  
soluços ao luar, choros ao vento...  
Tristes perfis, os mais vagos contornos,  
bocas murmurejantes de lamento.

Noites de além, remotas, que eu recordo,  
noites de solidão, noites remotas  
que nos azuis da Fantasia bordo,  
vou constelando de visões ignotas.

Sutis palpitações à luz da lua,  
anseio dos momentos mais saudosos,  
quando lá choram na deserta rua  
as cordas vivas dos violões chorosos.  
[...]

**Questão 38.** O segmento do poema ao lado apresenta

- A ( ) um testemunho de quem conhece o ambiente retratado.
- B ( ) humor e ironia numa linguagem simples típica do sertanejo.
- C ( ) uma descrição detalhada do espaço.
- D ( ) a percepção do poeta de que seu canto é a melhor das interpretações.
- E ( ) perceptível distanciamento entre o poeta e o objeto do seu canto.

### Eu e o sertão

*Patativa do Assaré*

Sertão, arguém te cantô  
Eu sempre tenho cantado  
E ainda cantando tô,  
Pruquê, meu torrão amado,  
Munto te prezo, te quero  
E vejo qui os teus mistero  
Ninguém sabe decifrá.  
A tua beleza é tanta,  
Qui o poeta canta, canta,  
E inda fica o qui cantá.  
[...]

(*Cante lá que eu canto cá*. Petrópolis: Vozes, 1982)

**As questões 39 e 40 referem-se ao texto abaixo.**

Miguilim espremia os olhos. Drelina e a Chica riam. Tomezinho tinha ido se esconder.

– Este nosso rapazinho tem a vista curta. Espera aí, Miguilim...

E o senhor tirava os óculos e punha-os em Miguilim, com todo o jeito.

– Olha, agora!

Miguilim olhou. Nem não podia acreditar! Tudo era uma claridade, tudo novo e lindo e diferente, as coisas, as árvores, as caras das pessoas. Via os grãosinhos de areia, a pele da terra, as pedrinhas menores, as formiguinhas passeando no chão de uma distância. E tonteava. Aqui, ali, meu Deus, tanta coisa, tudo... O senhor tinha retirado dele os óculos, e Miguilim ainda apontava, falava, contava tudo como era, como tinha visto. Mãe esteve assim assustada; mas o senhor dizia que aquilo era do modo mesmo, só que Miguilim também carecia de usar óculos, dali por diante. O senhor bebia café com eles. Era o doutor José Lourenço, do Curvelo. Tudo podia. Coração de Miguilim batia descompassado, ele careceu de ir lá dentro, contar à Rosa, à Maria Pretinha, a Mãitina. A Chica veio correndo atrás, mexeu: – “Miguilim, você é piticego...” E ele respondeu: – “Donazinha...”

Quando voltou, o doutor José Lourenço já tinha ido embora. (Guimarães Rosa. *Manuelzão e Miguilim*. “Campo Geral”)

**Questão 39.** A narrativa

- I. desenvolve-se num universo fantástico, corroborado pela subversão da linguagem.
- II. não retrata as experiências afetivas entre Miguilim e as outras personagens, pois o foco está nas ações dele.
- III. é escrita em terceira pessoa, mas a história é filtrada pela perspectiva do menino Miguilim.

Está(ão) correta(s)

- A ( ) apenas I.      B ( ) apenas I e II.      C ( ) apenas II.      D ( ) apenas III.      E ( ) todas.

**Questão 40.** Os diminutivos do segmento contribuem para criar uma linguagem

- A ( ) afetada.      B ( ) afetiva.      C ( ) arcaica.      D ( ) objetiva.      E ( ) rebuscada.

## REDAÇÃO

Leia a tirinha ao lado. A partir dela, e considerando os textos desta prova cujos temas se aproximam ao da tirinha, redija uma **dissertação** em prosa, na folha a ela destinada, argumentando em favor de um ponto de vista sobre o tema. A redação deve ser feita com caneta azul ou preta.

Na avaliação de sua redação, serão considerados:

- a) clareza e consistência dos argumentos em defesa de um ponto de vista sobre o assunto;
- b) coesão e coerência do texto; e
- c) domínio do português padrão.

**Atenção:** A Banca Examinadora aceitará qualquer posicionamento ideológico do candidato.

Você poderá usar para rascunho de sua redação as páginas em branco deste caderno e do caderno de questões da prova de Inglês. O rascunho não será considerado para avaliação de sua redação.



## NOTAÇÕES

$\mathbb{N}$ : conjunto dos números naturais $\mathbb{Z}$ : conjunto dos números inteiros $\mathbb{R}$ : conjunto dos números reais $\mathbb{M}_{m \times n}(\mathbb{R})$ : conjunto das matrizes reais $m \times n$ $\det(M)$ : determinante da matriz $M$ $M^t$ : transposta da matriz $M$ $A \setminus B$ : $\{x : x \in A \text{ e } x \notin B\}$ $\sum_{n=0}^k a_n x^n$ : $a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_k x^k$ , $k \in \mathbb{N}$ $\text{Arg } z$ : argumento principal de $z \in \mathbb{C} \setminus \{0\}$ , $\text{Arg } z \in [0, 2\pi[$ $A^C$ : conjunto (evento) complementar do conjunto (evento) $A$ $\overline{AB}$ : segmento de reta unindo os pontos $A$ e $B$ $\hat{ABC}$ : ângulo formado pelos segmentos $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$ , com vértice no ponto $B$ .	$\mathbb{C}$ : conjunto dos números complexos $i$ : unidade imaginária, $i^2 = -1$ $ z $ : módulo do número $z \in \mathbb{C}$ $\text{Re } z$ : parte real do número $z \in \mathbb{C}$ $[a, b]$ : $\{x \in \mathbb{R}; a \leq x \leq b\}$ $[a, b[$ : $\{x \in \mathbb{R}; a \leq x < b\}$ $]a, b]$ : $\{x \in \mathbb{R}; a < x \leq b\}$ $\sum_{n=0}^k a_n$ : $a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_k$ , $k \in \mathbb{N}$
---	---

**Observação:** Os sistemas de coordenadas considerados são cartesianos retangulares.

---

**Questão 01.** Sejam  $A$ ,  $B$  e  $C$  subconjuntos de um conjunto universo  $U$ . Das afirmações:

- I.  $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$ ;
- II.  $(A \cap C) \setminus B = A \cap B^C \cap C$ ;
- III.  $(A \setminus B) \cap (B \setminus C) = (A \setminus B) \setminus C$ ,

é (são) verdadeira(s)

- A ( ) apenas I.                      B ( ) apenas II.                      C ( ) apenas I e II.  
 D ( ) apenas I e III.                E ( ) todas.

**Questão 02.** A soma das raízes da equação em  $\mathbb{C}$ ,  $z^8 - 17z^4 + 16 = 0$ , tais que  $z - |z| = 0$ , é

- A ( ) 1.                      B ( ) 2.                      C ( ) 3.                      D ( ) 4.                      E ( ) 5.

**Questão 03.** Considere a equação em  $\mathbb{C}$ ,  $(z - 5 + 3i)^4 = 1$ . Se  $z_0$  é a solução que apresenta o menor argumento principal dentre as quatro soluções, então o valor de  $|z_0|$  é

- A ( )  $\sqrt{29}$ .                B ( )  $\sqrt{41}$ .                C ( )  $3\sqrt{5}$ .                D ( )  $4\sqrt{3}$                 E ( )  $3\sqrt{6}$ .

**Questão 04.** A soma de todos os números reais  $x$  que satisfazem a equação

$$8^{\sqrt{x+1}} + 44 \left( 2^{\sqrt{x+1}} \right) + 64 = 19 \left( 4^{\sqrt{x+1}} \right)$$

é igual a

- A ( ) 8.                      B ( ) 12.                      C ( ) 16.                      D ( ) 18.                      E ( ) 20.

**Questão 05.** Se os números reais  $a$  e  $b$  satisfazem, simultaneamente, as equações

$$\sqrt{a\sqrt{b}} = \frac{1}{2} \quad \text{e} \quad \ln(a^2 + b) + \ln 8 = \ln 5,$$

um possível valor de  $\frac{a}{b}$  é

- A ( )  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .      B ( ) 1.      C ( )  $\sqrt{2}$ .      D ( ) 2.      E ( )  $3\sqrt{2}$ .

**Questão 06.** Considere as funções  $f$  e  $g$ , da variável real  $x$ , definidas, respectivamente, por

$$f(x) = e^{x^2+ax+b} \quad \text{e} \quad g(x) = \ln\left(\frac{ax}{3b}\right),$$

em que  $a$  e  $b$  são números reais. Se  $f(-1) = 1 = f(-2)$ , então pode-se afirmar sobre a função composta  $g \circ f$  que

- A ( )  $g \circ f(1) = \ln 3$ .  
B ( )  $\nexists g \circ f(0)$ .  
C ( )  $g \circ f$  nunca se anula.  
D ( )  $g \circ f$  está definida apenas em  $\{x \in \mathbb{R} : x > 0\}$ .  
E ( )  $g \circ f$  admite dois zeros reais distintos.

**Questão 07.** Considere funções  $f, g, f + g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ . Das afirmações:

- I. Se  $f$  e  $g$  são injetoras,  $f + g$  é injetora;
- II. Se  $f$  e  $g$  são sobrejetoras,  $f + g$  é sobrejetora;
- III. Se  $f$  e  $g$  não são injetoras,  $f + g$  não é injetora;
- IV. Se  $f$  e  $g$  não são sobrejetoras,  $f + g$  não é sobrejetora,

é (são) verdadeira(s)

- A ( ) nenhuma.      B ( ) apenas I e II.      C ( ) apenas I e III.  
D ( ) apenas III e IV.      E ( ) todas.

**Questão 08.** Seja  $n > 6$  um inteiro positivo não divisível por 6. Se, na divisão de  $n^2$  por 6, o quociente é um número ímpar, então o resto da divisão de  $n$  por 6 é

- A ( ) 1.      B ( ) 2.      C ( ) 3.      D ( ) 4.      E ( ) 5.

**Questão 09.** Considere a equação  $\sum_{n=0}^5 a_n x^n = 0$  em que a soma das raízes é igual a  $-2$  e os coeficientes  $a_0, a_1, a_2, a_3, a_4$  e  $a_5$  formam, nesta ordem, uma progressão geométrica com  $a_0 = 1$ . Então  $\sum_{n=0}^5 a_n$  é igual a

- A ( )  $-21$ .      B ( )  $-\frac{2}{3}$ .      C ( )  $\frac{21}{32}$ .      D ( )  $\frac{63}{32}$ .      E ( ) 63.

**Questão 10.** Seja  $\lambda$  solução real da equação  $\sqrt{\lambda+9} + \sqrt{2\lambda+17} = 12$ . Então a soma das soluções  $z$ , com  $\operatorname{Re} z > 0$ , da equação  $z^4 = \lambda - 32$ , é

- A ( )  $\sqrt{2}$ .      B ( )  $2\sqrt{2}$ .      C ( )  $4\sqrt{2}$ .      D ( ) 4.      E ( ) 16.

**Questão 11.** Seja  $p$  uma probabilidade sobre um espaço amostral finito  $\Omega$ . Se  $A$  e  $B$  são eventos de  $\Omega$  tais que  $p(A) = \frac{1}{2}$ ,  $p(B) = \frac{1}{3}$  e  $p(A \cap B) = \frac{1}{4}$ , as probabilidades dos eventos  $A \setminus B$ ,  $A \cup B$  e  $A^C \cup B^C$  são, respectivamente,

- A ( )  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{5}{6}$  e  $\frac{1}{4}$ .                      B ( )  $\frac{1}{6}$ ,  $\frac{5}{6}$  e  $\frac{1}{4}$ .                      C ( )  $\frac{1}{6}$ ,  $\frac{7}{12}$  e  $\frac{3}{4}$ .  
D ( )  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{5}{6}$  e  $\frac{1}{3}$ .                      E ( )  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{7}{12}$  e  $\frac{3}{4}$ .

**Questão 12.** Considere os seguintes resultados relativamente ao lançamento de uma moeda:

- I. Ocorrência de duas caras em dois lançamentos.  
II. Ocorrência de três caras e uma coroa em quatro lançamentos.  
III. Ocorrência de cinco caras e três coroas em oito lançamentos.

Pode-se afirmar que

- A ( ) dos três resultados, I é o mais provável.  
B ( ) dos três resultados, II é o mais provável.  
C ( ) dos três resultados, III é o mais provável.  
D ( ) os resultados I e II são igualmente prováveis.  
E ( ) os resultados II e III são igualmente prováveis.

**Questão 13.** Considere  $A \in M_{5 \times 5}(\mathbb{R})$  com  $\det(A) = \sqrt{6}$  e  $\alpha \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ . Se  $\det(\alpha A^t A A^t) = \sqrt{6} \alpha^2$ , o valor de  $\alpha$  é

- A ( )  $\frac{1}{6}$ .                      B ( )  $\frac{\sqrt{6}}{6}$ .                      C ( )  $\frac{\sqrt[3]{36}}{6}$ .                      D ( ) 1.                      E ( )  $\sqrt{216}$ .

**Questão 14.** Sejam  $a$  um número real e  $n$  o número de todas as soluções reais e distintas  $x \in [0, 2\pi]$  da equação  $\cos^8 x - \sin^8 x + 4 \sin^6 x = a$ . Das afirmações:

- I. Se  $a = 0$ , então  $n = 0$ ;  
II. Se  $a = \frac{1}{2}$ , então  $n = 8$ ;  
III. Se  $a = 1$ , então  $n = 7$ ;  
IV. Se  $a = 3$ , então  $n = 2$ ,

é (são) verdadeira(s)

- A ( ) apenas I.                      B ( ) apenas III.                      C ( ) apenas I e III.  
D ( ) apenas II e IV.                      E ( ) todas.

**Questão 15.** Se  $\cos 2x = \frac{1}{2}$ , então um possível valor de  $\frac{\cotg x - 1}{\operatorname{cosec}(x - \pi) - \sec(\pi - x)}$  é

- A ( )  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .                      B ( ) 1.                      C ( )  $\sqrt{2}$ .                      D ( )  $\sqrt{3}$ .                      E ( ) 2.

**Questão 16.** Uma reta  $r$  tangencia uma circunferência num ponto  $B$  e intercepta uma reta  $s$  num ponto  $A$  exterior à circunferência. A reta  $s$  passa pelo centro desta circunferência e a intercepta num ponto  $C$ , tal que o ângulo  $\widehat{ABC}$  seja obtuso. Então o ângulo  $\widehat{CAB}$  é igual a

- A ( )  $\frac{1}{2}\widehat{ABC}$ .                      B ( )  $\frac{3}{2}\pi - 2\widehat{ABC}$ .                      C ( )  $\frac{2}{3}\widehat{ABC}$ .  
D ( )  $2\widehat{ABC} - \pi$ .                      E ( )  $\widehat{ABC} - \frac{\pi}{2}$ .

**Questão 17.** Sobre a parábola definida pela equação  $x^2 + 2xy + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$  pode-se afirmar que

- A ( ) ela não admite reta tangente paralela ao eixo  $Ox$ .  
B ( ) ela admite apenas uma reta tangente paralela ao eixo  $Ox$ .  
C ( ) ela admite duas retas tangentes paralelas ao eixo  $Ox$ .  
D ( ) a abscissa do vértice da parábola é  $x = -1$ .  
E ( ) a abscissa do vértice da parábola é  $x = -\frac{2}{3}$ .

**Questão 18.** Das afirmações:

- I. Duas retas coplanares são concorrentes;  
II. Duas retas que não têm ponto em comum são reversas;  
III. Dadas duas retas reversas, existem dois, e apenas dois, planos paralelos, cada um contendo uma das retas;  
IV. Os pontos médios dos lados de um quadrilátero reverso definem um paralelogramo,

é (são) verdadeira(s) apenas

- A ( ) III.                      B ( ) I e III.                      C ( ) II e III.  
D ( ) III e IV.                      E ( ) I e II e IV.

**Questão 19.** Um plano intercepta as arestas de um triedro trirretângulo de vértice  $V$ , determinando um triângulo  $ABC$  cujos lados medem, respectivamente,  $\sqrt{10}$ ,  $\sqrt{17}$  e  $5$  cm. O volume, em  $cm^3$ , do sólido  $VABC$  é

- A ( ) 2.                      B ( ) 4.                      C ( )  $\sqrt{17}$ .                      D ( ) 6.                      E ( )  $5\sqrt{10}$ .

**Questão 20.** No sistema  $xOy$  os pontos  $A = (2, 0)$ ,  $B = (2, 5)$  e  $C = (0, 1)$  são vértices de um triângulo inscrito na base de um cilindro circular reto de altura 8. Para este cilindro, a razão  $\frac{\text{volume}}{\text{área total da superfície}}$ , em unidade de comprimento, é igual a

- A ( ) 1.                      B ( )  $\frac{100}{105}$ .                      C ( )  $\frac{10}{11}$ .                      D ( )  $\frac{100}{115}$ .                      E ( )  $\frac{5}{6}$ .

**AS QUESTÕES DISSERTATIVAS, NUMERADAS DE 21 A 30, DEVEM SER  
RESOLVIDAS E RESPONDIDAS NO CADERNO DE SOLUÇÕES.**

**Questão 21.** Para  $z = 1 + iy$ ,  $y > 0$ , determine todos os pares  $(a, y)$ ,  $a > 1$ , tais que  $z^{10} = a$ . Escreva  $a$  e  $y$  em função de  $\text{Arg } z$ .

**Questão 22.** Determine o maior domínio  $D \subset \mathbb{R}$  da função

$$f : D \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \log_{x(\frac{\pi}{4}-x)}(4 \operatorname{sen} x \cos x - 1).$$

**Questão 23.** Considere o polinômio  $P(m) = am^2 - 3m - 18$ , em que  $a \in \mathbb{R}$  é tal que a soma das raízes de  $P$  é igual a 3. Determine a raiz  $m$  de  $P$  tal que duas, e apenas duas, soluções da equação em  $x$ ,  $x^3 + mx^2 + (m + 4)x + 5 = 0$ , estejam no intervalo  $] -2, 2[$ .

**Questão 24.** Quantos tetraedros regulares de mesma dimensão podemos distinguir usando 4 cores distintas para pintar todas as suas faces? Cada face só pode ser pintada com uma única cor.

**Questão 25.** Considere o sistema na variável real  $x$ :

$$\begin{cases} x^2 - x = \alpha \\ x - x^3 = \beta. \end{cases}$$

(a) Determine os números reais  $\alpha$  e  $\beta$  para que o sistema admita somente soluções reais.

(b) Para cada valor de  $\beta$  encontrado em (a), determine todas as soluções da equação  $x - x^3 = \beta$ .

**Questão 26.** Considere o sistema nas variáveis reais  $x$  e  $y$ :

$$\begin{cases} x \operatorname{sen} \alpha + 3y \cos \alpha = a \\ x \cos \alpha + y \operatorname{sen} \alpha = b, \end{cases}$$

com  $\alpha \in [0, \frac{\pi}{2}[$  e  $a, b \in \mathbb{R}$ . Analise para que valores de  $\alpha$ ,  $a$  e  $b$  o sistema é (i) possível determinado, (ii) possível indeterminado ou (iii) impossível, respectivamente. Nos casos (i) e (ii), encontre o respectivo conjunto-solução.

**Questão 27.** Encontre os pares  $(\alpha, \beta) \in ]0, \frac{\pi}{2}[ \times ]0, \frac{\pi}{2}[$  que satisfazem simultaneamente as equações

$$(\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{cotg} \beta) \cos \alpha \operatorname{sen} \beta - 2 \cos^2(\alpha - \beta) = -1 \quad \text{e} \quad \sqrt{3} \operatorname{sen}(\alpha + \beta) + \cos(\alpha + \beta) = \sqrt{3}.$$

**Questão 28.** Determine a área da figura plana situada no primeiro quadrante e delimitada pelas curvas

$$(y - x - 2)(y + \frac{x}{2} - 2) = 0 \quad \text{e} \quad x^2 - 2x + y^2 - 8 = 0.$$

**Questão 29.** Em um triângulo de vértices  $A$ ,  $B$  e  $C$ , a altura, a bissetriz e a mediana, relativamente ao vértice  $C$ , dividem o ângulo  $\widehat{BCA}$  em quatro ângulos iguais. Se  $l$  é a medida do lado oposto ao vértice  $C$ , calcule:

(a) A medida da mediana em função de  $l$ .

(b) Os ângulos  $\widehat{CAB}$ ,  $\widehat{ABC}$  e  $\widehat{BCA}$ .

**Questão 30.** Seja  $ABCDEFGH$  um paralelepípedo de bases retangulares  $ABCD$  e  $EFGH$ , em que  $A$ ,  $B$ ,  $C$  e  $D$  são, respectivamente, as projeções ortogonais de  $E$ ,  $F$ ,  $G$  e  $H$ . As medidas das arestas distintas  $AB$ ,  $AD$  e  $AE$  constituem uma progressão aritmética cuja soma é  $12 \text{ cm}$ . Sabe-se que o volume da pirâmide  $ABCF$  é igual a  $10 \text{ cm}^3$ . Calcule:

(a) As medidas das arestas do paralelepípedo.

(b) O volume e a área total da superfície do paralelepípedo.

## CONSTANTES

Constante de Avogadro	=	$6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
Constante de Faraday ( $F$ )	=	$9,65 \times 10^4 \text{ C} \cdot \text{mol}^{-1} = 9,65 \times 10^4 \text{ A} \cdot \text{s} \cdot \text{mol}^{-1} = 9,65 \times 10^4 \text{ J} \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$
Volume molar de gás ideal	=	$22,4 \text{ L} \text{ (CNTP)}$
Carga elementar	=	$1,602 \times 10^{-19} \text{ C}$
Constante dos gases ( $R$ )	=	$8,21 \times 10^{-2} \text{ atm} \cdot \text{L} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1} = 8,31 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1} = 1,98 \text{ cal} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1} = 62,4 \text{ mmHg} \cdot \text{L} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$
Constante gravitacional ( $g$ )	=	$9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$
Constante de Rydberg ( $R_{\infty hc}$ )	=	$2,18 \times 10^{-18} \text{ J} = 13,6 \text{ eV}$

## DEFINIÇÕES

Pressão de  $1 \text{ atm} = 760 \text{ mmHg} = 101325 \text{ N} \cdot \text{m}^{-2} = 760 \text{ Torr}$

$1 \text{ J} = 1 \text{ N} \cdot \text{m} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$ ;  $1 \text{ pm} = 1 \times 10^{-12} \text{ m}$ ;  $1 \text{ eV} = 1,602 \times 10^{-19} \text{ J}$

Condições normais de temperatura e pressão (CNTP):  $0^\circ \text{C}$  e  $760 \text{ mmHg}$

Condições ambientes:  $25^\circ \text{C}$  e  $1 \text{ atm}$

Condições-padrão:  $25^\circ \text{C}$  e  $1 \text{ atm}$ ; concentração das soluções =  $1 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$  (rigorosamente: atividade unitária das espécies); sólido com estrutura cristalina mais estável nas condições de pressão e temperatura em questão.

( $s$ ) = sólido. ( $l$ ) = líquido. ( $g$ ) = gás. ( $aq$ ) = aquoso. ( $CM$ ) = circuito metálico. ( $conc$ ) = concentrado.

( $ua$ ) = unidades arbitrárias.  $[A]$  = concentração da espécie química  $A$  em  $\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$ .

## MASSAS MOLARES

Elemento Químico	Número Atômico	Massa Molar ( $\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$ )	Elemento Químico	Número Atômico	Massa Molar ( $\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$ )
H	1	1,01	Ca	20	40,08
Li	3	6,94	Cr	24	52,00
B	5	10,81	Fe	26	55,85
C	6	12,01	Cu	29	63,55
N	7	14,01	Zn	30	65,38
O	8	16,00	Ge	32	72,63
F	9	19,00	Br	35	79,90
Na	11	22,99	Ag	47	107,90
Mg	12	24,31	I	53	126,90
Al	13	26,98	Xe	54	131,30
P	15	30,97	Ba	56	137,30
S	16	32,07	Pt	78	195,10
Cl	17	35,45	Hg	80	200,60
K	19	39,10	Pb	82	207,20

**Questão 1.** Uma alíquota de uma solução aquosa constituída de haletos de sódio foi adicionada a uma solução aquosa de nitrato de prata, com formação de um precipitado. À mistura contendo o precipitado, foi adicionada uma alíquota de solução aquosa diluída de hidróxido de amônio, com dissolução parcial do precipitado. Ao precipitado remanescente, foi adicionada uma alíquota de solução aquosa concentrada de hidróxido de amônio, verificando-se uma nova dissolução parcial do precipitado.

Sabendo que a mistura de haletos é constituída pelo fluoreto, brometo, cloreto e iodeto de sódio, assinale a alternativa CORRETA para o(s) haleto(s) de prata presente(s) no precipitado não dissolvido.

**A** ( )  $\text{AgBr}$

**B** ( )  $\text{AgCl}$

**C** ( )  $\text{AgF}$

**D** ( )  $\text{AgI}$

**E** ( )  $\text{AgBr}$  e  $\text{AgCl}$

**Questão 2.** Assinale a alternativa CORRETA para a substância química que dissolvida em água pura produz uma solução colorida.

- A ( )  $CaCl_2$       B ( )  $CrCl_3$       C ( )  $NaOH$       D ( )  $KBr$       E ( )  $Pb(NO_3)_2$

**Questão 3.** Assinale a alternativa CORRETA para o líquido puro com a maior pressão de vapor a  $25^\circ C$ .

- A ( ) n-Butano,  $C_4H_{10}$       B ( ) n-Octano,  $C_8H_{18}$       C ( ) Propanol,  $C_3H_7OH$   
D ( ) Glicerol,  $C_3H_5(OH)_3$       E ( ) Água,  $H_2O$

**Questão 4.** Na temperatura ambiente, hidróxido de potássio sólido reage com o cloreto de amônio sólido, com a liberação de um gás. Assinale a alternativa CORRETA para o gás liberado nesta reação.

- A ( )  $Cl_2$       B ( )  $H_2$       C ( )  $HCl$       D ( )  $NH_3$       E ( )  $O_2$

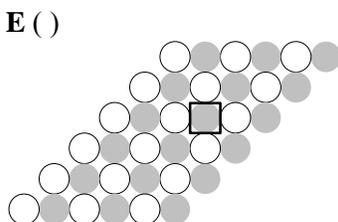
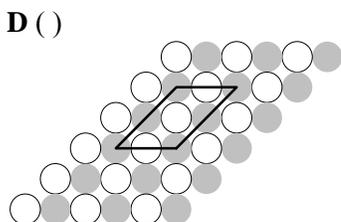
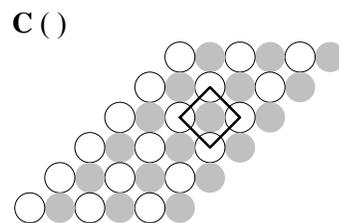
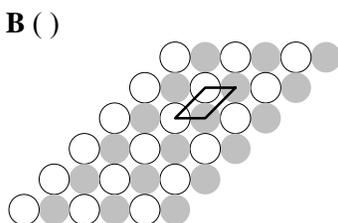
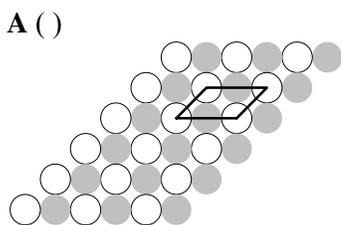
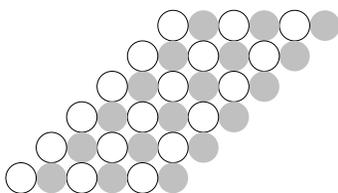
**Questão 5.** Assinale a alternativa CORRETA para o par de substâncias cujas soluções aquosas, ao serem misturadas, produz um precipitado amarelo.

- A ( )  $AlCl_3$  e  $KOH$       B ( )  $Ba(NO_3)_2$  e  $Na_2SO_4$       C ( )  $Cu(NO_3)_2$  e  $NaClO_4$   
D ( )  $Pb(C_2H_3O_2)_2$  e  $KI$       E ( )  $AgNO_3$  e  $NH_4OH$

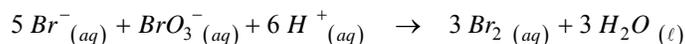
**Questão 6.** Um álcool primário, como o etanol, pode ser obtido pela redução de um ácido carboxílico. Assinale a alternativa CORRETA para o agente redutor que pode ser utilizado nesta reação.

- A ( )  $K_2Cr_2O_7$       B ( )  $K_2CrO_4$       C ( )  $LiAlH_4$       D ( )  $H_2SO_4$  concentrado      E ( )  $HNO_3$  concentrado

**Questão 7.** Na figura abaixo é apresentada uma disposição bidimensional de bolinhas brancas e cinzas formando um “cristal”. Assinale a opção que apresenta a reprodução CORRETA para a célula unitária (caixa em destaque) do “cristal” em questão.



**Questão 8.** A reação entre os íons brometo e bromato, em meio aquoso e ácido, pode ser representada pela seguinte equação química balanceada:



Sabendo que a velocidade de desaparecimento do íon bromato é igual a  $5,63 \times 10^{-6} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ , assinale a alternativa que apresenta o valor CORRETO para a velocidade de aparecimento do bromo,  $\text{Br}_2$ , expressa em  $\text{mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ .

- A** ( )  $1,69 \times 10^{-5}$       **B** ( )  $5,63 \times 10^{-6}$       **C** ( )  $1,90 \times 10^{-6}$       **D** ( )  $1,13 \times 10^{-6}$       **E** ( )  $1,80 \times 10^{-16}$

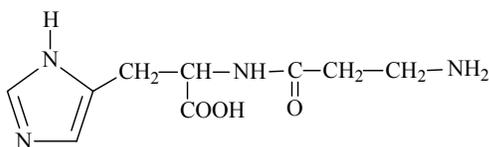
**Questão 9.** 100 gramas de água líquida foram aquecidos utilizando o calor liberado na combustão completa de 0,25 gramas de etanol. Sabendo que a variação da temperatura da água foi de  $12,5^\circ\text{C}$ , assinale a alternativa que apresenta o valor CORRETO para a entalpia molar de combustão do etanol. Considere que a capacidade calorífica da água é igual a  $4,18 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$  e que a energia liberada na combustão do etanol foi utilizada exclusivamente no aquecimento da água.

- A** ( )  $-961 \text{ kJ}$       **B** ( )  $-5,2 \text{ kJ}$       **C** ( )  $+4,2 \text{ kJ}$       **D** ( )  $+5,2 \text{ kJ}$       **E** ( )  $+961 \text{ kJ}$

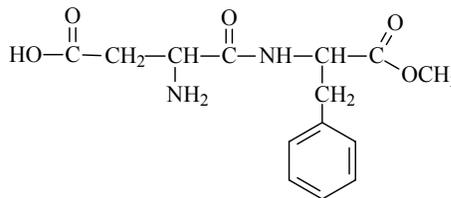
**Questão 10.** Considere  $Y$  a quantidade (em mol) de iodo dissolvido em 100 mL de água,  $X$  um solvente praticamente imiscível em água e  $K (= 120)$  a constante de partição do iodo entre o solvente  $X$  e a água a  $25^\circ\text{C}$ . Assinale a alternativa CORRETA para o volume do solvente  $X$  necessário para extrair 90% do iodo contido inicialmente em 100 mL de água.

- A** ( ) 7,5 mL      **B** ( ) 9,0 mL      **C** ( ) 12 mL      **D** ( ) 100 mL      **E** ( ) 120 mL

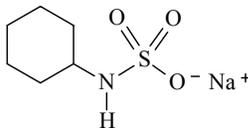
**Questão 11.** Considere as substâncias *I*, *II* e *III* representadas pelas seguintes fórmulas estruturais:



*I*.  $\beta$ -alanil L-histidina



*II*. L-alfa-aspartil-L-fenilalanil metil-éster



*III*. ciclohexilsulfamato de sódio

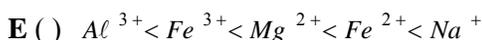
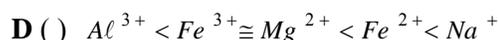
Sob certas condições de umidade, temperatura,  $\text{pH}$  e/ou presença de determinadas enzimas, estas substâncias são hidrolisadas. Assinale a opção CORRETA para o(s) produto(s) formado(s) na reação de hidrólise das respectivas substâncias.

- A** ( ) Somente aminoácido é formado em *I*.      **B** ( ) Somente aminoácido é formado em *II*.  
**C** ( ) Amina aromática é formada em *I* e *II*.      **D** ( ) Amina é formada em *I* e *III*.  
**E** ( ) Aminoácido é formado em *II* e *III*.

**Questão 12.** A tabela ao lado apresenta os números de cargas elétricas ( $Z$ ) e o raio iônico ( $r$ ) apresentados por alguns cátions metálicos.

Para as mesmas condições de temperatura e pressão é CORRETO afirmar que o  $pH$  de soluções aquosas, com concentração  $1 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$  dos nitratos de cada um dos cátions apresentados na tabela, aumenta na sequência:

Cátion metálico	$Z$	$r$ (pm)
$\text{Na}^+$	+1	95
$\text{Fe}^{2+}$	+2	76
$\text{Mg}^{2+}$	+2	65
$\text{Fe}^{3+}$	+3	64
$\text{Al}^{3+}$	+3	50



**Questão 13.** Assinale a opção que apresenta a afirmação CORRETA.

**A** ( ) Um paciente com calor de  $42^\circ\text{C}$  apresenta-se febril.

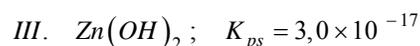
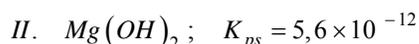
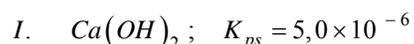
**B** ( ) A adição de energia térmica à água líquida em ebulição sob pressão ambiente causa um aumento na sua capacidade calorífica.

**C** ( ) Na temperatura de  $-4^\circ\text{C}$  e pressão ambiente, 5 g de água no estado líquido contém uma quantidade de energia maior do que a de 5 g de água no estado sólido.

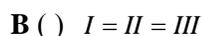
**D** ( ) A quantidade de energia necessária para aquecer 5 g de água de  $20^\circ\text{C}$  até  $25^\circ\text{C}$  é igual àquela necessária para aquecer 25 g de água no mesmo intervalo de temperatura e pressão ambiente.

**E** ( ) Sob pressão ambiente, a quantidade de energia necessária para aquecer massas iguais de alumínio (calor específico  $0,89 \text{ J} \cdot \text{g}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ ) e de ferro (calor específico  $0,45 \text{ J} \cdot \text{g}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ ), respectivamente, de um mesmo incremento de temperatura,  $\Delta T$ , é aproximadamente igual.

**Questão 14.** Considere o produto de solubilidade ( $K_{ps}$ ), a  $25^\circ\text{C}$ , das substâncias I, II e III:



Assinale a opção que contém a ordem CORRETA da condutividade elétrica, à temperatura de  $25^\circ\text{C}$ , de soluções aquosas não saturadas, de mesma concentração, dessas substâncias.



**Questão 15.** É ERRADO afirmar que, à temperatura de  $25^\circ\text{C}$ , o potencial de um eletrodo de cobre construído pela imersão de uma placa de cobre em solução aquosa  $1 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$  de cloreto de cobre

**A** ( ) diminui se amônia é acrescentada à solução eletrolítica.

**B** ( ) diminui se a concentração do cloreto de cobre na solução eletrolítica for diminuída.

**C** ( ) duplica se a área da placa de cobre imersa na solução eletrolítica for duplicada.

**D** ( ) permanece inalterado se nitrato de potássio for adicionado à solução eletrolítica tal que sua concentração nesta solução seja  $1 \text{ mmol} \cdot \text{L}^{-1}$ .

**E** ( ) aumenta se a concentração de íons de cobre for aumentada na solução eletrolítica.

**Questão 16.** Uma solução líquida constituída por dois componentes  $A$  e  $B$  e apresentando comportamento ideal, conforme Lei de Raoult, está em equilíbrio com seu vapor. Utilizando a notação:

$x_A$  e  $x_B$  para as respectivas frações em *mol* das substâncias  $A$  e  $B$  na solução líquida,

$p_A$  e  $p_B$  para as respectivas pressões de vapor de  $A$  e  $B$  no vapor em equilíbrio com a solução líquida, e

$p_A^0$  e  $p_B^0$  para as respectivas pressões de vapor de  $A$  puro e  $B$  puro numa mesma temperatura,

assinale a opção que apresenta a relação CORRETA para a pressão de vapor de  $A$  ( $p_A$ ) em equilíbrio com a solução líquida.

**A** ( )  $p_A = p_A^0 \cdot (1 - x_A)$     **B** ( )  $p_A = p_B^0 \cdot (1 - x_B)$     **C** ( )  $p_A = p_B^0 \cdot x_A$     **D** ( )  $p_A = p_A^0 \cdot x_A$     **E** ( )  $p_A = p_B^0 \cdot x_B$

**Questão 17.** Assinale a opção CORRETA para a propriedade físico-química cujo valor diminui com o aumento de forças intermoleculares.

- A** ( ) Tensão superficial                      **B** ( ) Viscosidade                      **C** ( ) Temperatura de ebulição  
**D** ( ) Temperatura de solidificação        **E** ( ) Pressão de vapor

**Questão 18.** Um átomo  $A$  com  $n$  elétrons, após  $(n-1)$  sucessivas ionizações, foi novamente ionizado de acordo com a equação  $A^{(n-1)+} \rightarrow A^{n+} + 1e^-$ . Sabendo o valor experimental da energia de ionização deste processo, pode-se conhecer o átomo  $A$  utilizando o modelo proposto por

- A** ( ) E. Rutherford.        **B** ( ) J. Dalton.        **C** ( ) J. Thomson.        **D** ( ) N. Bohr.        **E** ( ) R. Mulliken.

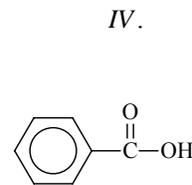
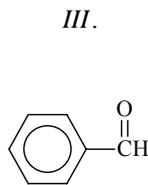
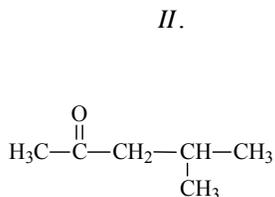
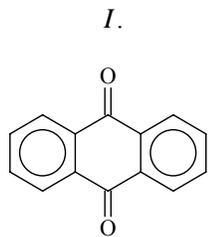
**Questão 19.** Os átomos  $A$  e  $B$  do segundo período da tabela periódica têm configurações eletrônicas da camada de valência representadas por  $ns^2np^3$  e  $ns^2np^5$ , respectivamente. Com base nessas informações, são feitas as seguintes afirmações para as espécies gasosas no estado fundamental:

- I.* O átomo  $A$  deve ter maior energia de ionização que o átomo  $B$ .  
*II.* A distância da ligação entre os átomos na molécula  $A_2$  deve ser menor do que aquela na molécula  $B_2$ .  
*III.* A energia de ionização do elétron no orbital  $1s$  do átomo  $A$  deve ser maior do que aquela do elétron no orbital  $1s$  do átomo de hidrogênio.  
*IV.* A energia de ligação dos átomos na molécula  $B_2$  deve ser menor do que aquela dos átomos na molécula de hidrogênio ( $H_2$ ).

Das afirmações acima está(ão) CORRETA(S) apenas

- A** ( ) *I, II e IV.*        **B** ( ) *I e III.*        **C** ( ) *II e III.*        **D** ( ) *III e IV.*        **E** ( ) *IV.*

**Questão 20.** Considere as seguintes substâncias:



Dessas substâncias, é (são) classificada(s) como cetona(s) apenas

- A** ( ) *I e II.*        **B** ( ) *II.*        **C** ( ) *II e III.*        **D** ( ) *II, III e IV.*        **E** ( ) *III.*

**AS QUESTÕES DISSERTATIVAS, NUMERADAS DE 21 A 30, DEVEM SER RESPONDIDAS NO CADERNO DE SOLUÇÕES.**

**AS QUESTÕES NUMÉRICAS DEVEM SER DESENVOLVIDAS ATÉ O FINAL, COM APRESENTAÇÃO DO VALOR ABSOLUTO DO RESULTADO.**

**Questão 21.** A reação química de um ácido fraco (com um hidrogênio dissociável) com uma base forte produziu um sal. Uma solução aquosa  $0,050 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$  desse sal puro é mantida à temperatura constante de  $25^\circ\text{C}$ . Admitindo-se que a constante de hidrólise do sal é  $K_{h, 25^\circ\text{C}} = 5,0 \times 10^{-10}$ , determine o valor numérico da concentração, em  $\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$ , do íon hidróxido nessa solução aquosa.

**Questão 22.** Nas condições ambientes, uma placa de ferro metálico puro é mergulhada numa solução aquosa, com  $\text{pH } 9$  e isenta de oxigênio, preparada pelo borbulhamento de sulfeto de hidrogênio gasoso em solução alcalina. Nesta solução, o ferro é oxidado (corroído) pelo íon hidrogenossulfeto com formação de uma camada sólida aderente e protetora sobre a superfície desse material metálico. A adição de cianeto de potássio à solução aquosa em contato com o substrato metálico protegido desestabiliza sua proteção promovendo a dissolução da camada protetora formada.

Com base nessas informações, escreva as equações químicas balanceadas das reações que representam:

- a) a corrosão eletroquímica do ferro pelo íon hidrogenossulfeto, produzindo hidrogênio atômico.
- b) a dissolução da camada passiva sobre o ferro pelo íon cianeto.

**Questão 23.** Em um gráfico de pressão *versus* volume, represente o diagrama do ciclo idealizado por Carnot (máquina térmica) para uma transformação cíclica, ininterrupta, e sem perdas de calor e de trabalho, e vice-versa. Identifique e denomine as quatro etapas dessa transformação cíclica.

**Questão 24.** Por exposição à atmosfera ambiente, o hidróxido de cálcio hidratado (cal hidratada) produz um filme que é utilizado na proteção de superfícies de alvenaria em um processo denominado “caiação”. Escreva a(s) equação(ões) química(s) balanceada(s) da(s) reação(ões) que representa(m), respectivamente,:

- a) a formação do filme acima citado, e
- b) o processo de produção industrial da cal hidratada.

**Questão 25.** A hidrazina ( $\text{N}_2\text{H}_4$ ) e o tetróxido de dinitrogênio ( $\text{N}_2\text{O}_4$ ) são utilizados na propulsão líquida de foguete. A equação química não-balanceada que representa a reação global entre esses dois reagentes químicos é



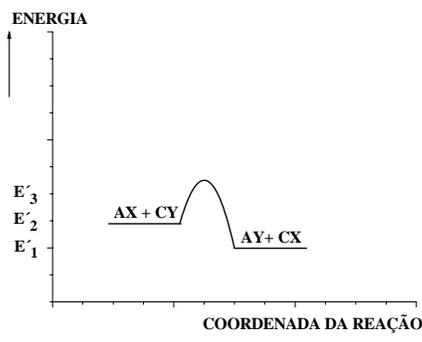
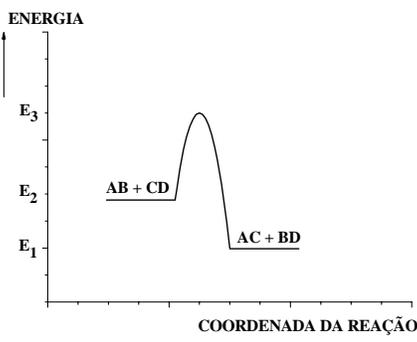
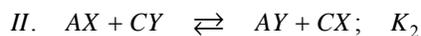
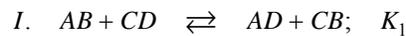
Analisando esta reação do ponto de vista eletroquímico:

- a) esquematize um dispositivo eletroquímico (célula de combustível) no qual é possível realizar a reação química representada pela equação do enunciado.
- b) escreva as equações químicas balanceadas das semirreações anódica e catódica que ocorrem no dispositivo eletroquímico.

**Questão 26.** Nas condições ambientes, qual dos cloretos é mais solúvel em etanol puro: cloreto de sódio ou cloreto de lítio? Justifique.

**Questão 27.** Nas condições ambientes,  $0,500 \text{ g}$  de um resíduo sólido foi dissolvido completamente em aproximadamente  $13 \text{ mL}$  de uma mistura dos ácidos nítrico e fluorídrico ( $\text{HNO}_3 : \text{HF} = 10 : 3$ ). A solução aquosa ácida obtida foi quantitativamente transferida para um balão volumétrico com capacidade de  $250 \text{ mL}$  e o volume do balão completado com água desmineralizada. A análise quantitativa dos íons de ferro na solução do balão revelou que a quantidade de ferro nesta solução era igual a  $40,0 \text{ mg} \cdot \text{L}^{-1}$ . Respeitando o número de algarismos significativos, determine a quantidade de ferro (em % em massa) presente no resíduo sólido. Mostre o raciocínio e os cálculos realizados para chegar à sua resposta.

**Questão 28.** Os diagramas seguintes, traçados numa mesma escala, referem-se, respectivamente, aos equilíbrios, em fase gasosa e numa mesma temperatura, representados pelas seguintes equações químicas:



Comparando as informações apresentadas nos dois diagramas, pedem-se:

a) Qual das constantes de equilíbrio,  $K_1$  ou  $K_2$  terá valor maior? Justifique sua resposta.

Dado eventualmente necessário: A relação entre a variação da Energia Livre de Gibbs padrão ( $\Delta G^0$ ) e a constante de equilíbrio ( $K$ ) de uma reação é dada por  $\Delta G^0 = -RT \cdot \ln K$ .

b) Para as seguintes misturas numa mesma temperatura:

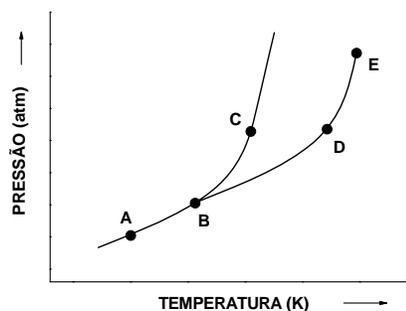
Mistura 1		Mistura 2	
$[AB]_{inicial} = 0,10 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$	$[AD]_{inicial} = \text{ZERO}$	$[AX]_{inicial} = 0,10 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$	$[CY]_{inicial} = 0,20 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$
$[CD]_{inicial} = 0,20 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$	$[CB]_{inicial} = \text{ZERO}$	$[AY]_{inicial} = \text{ZERO}$	$[CX]_{inicial} = \text{ZERO}$

Qual das reações químicas, expressa pela equação  $I$  ou  $II$ , atinge o equilíbrio mais rapidamente? Justifique sua resposta.

**Questão 29.** Sabendo que a energia de ionização do processo descrito na Questão 18 é igual a  $122,4 \text{ eV}$ , determine qual é o átomo  $A$  utilizando equações e cálculos pertinentes.

**Questão 30.** Considere o diagrama de fase hipotético representado esquematicamente na figura ao lado:

O que representam os pontos  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  e  $E$ ?





# INSTITUTO TECNOLÓGICO DE AERONÁUTICA

## VESTIBULAR 2013

### GABARITO

Física		Inglês		Português		Matemática		Química	
1	C	1	C	21	E	1	C	1	D
2	B	2	A	22	B	2	C	2	B
3	A	3	A	23	C	3	B	3	A
4	A	4	B	24	A	4	D	4	D
5	A	5	C	25	E	5	A	5	D
6	D	6	D	26	C	6	E	6	C
7	A	7	C	27	B	7	A	7	C
8	C	8	D	28	D	8	C	8	A
9	C	9	E	29	A	9	D	9	A
10	B	10	B	30	B	10	B	10	A
11	E	11	A	31	E	11	E	11	A
12	D	12	D	32	C	12	D	12	E
13	B	13	D	33	C	13	C	13	C
14	B	14	C	34	D	14	E	14	B
15	E	15	A	35	A	15	A	15	C
16	D	16	B	36	D	16	B	16	D
17	C	17	E	37	E	17	B	17	E
18	E	18	B	38	A	18	D	18	D
19	D	19	C	39	D	19	A	19	*
20	A	20	E	40	B	20	B	20	A

Obs: a questão 19 da prova de química, por falta de alternativa válida, foi considerada correta para todos os candidatos.