39. (CEFET-PR) A expressão fatorada de $\dfrac{3n![3\ n+1\ ]!}{(3n)!3(n+1)!}$ é:

40. (UFCE) A soma e o produto das raízes da equação (x + 1)! = x! + 6x são:

a) 3 e 6
b) 6 e 1
c) 6 e 1
d) 3 e 0
e) n. d. a.

41. Seja n ∈ IN tal que $\dfrac{1+2+3+4+...+n}{(n+1)!} = \dfrac{1}{240}$. Então o valor de n é:

42. (ITAJUBÁ-MG) Calcule o valor de m de modo que:

$$\frac{(2m)!}{2^m.m!.1.3.5...(2m+1)} = \frac{1}{9}$$

VOCÊ SABIA?

Cálculo de possibilidades

Uma das grandes aplicações da análise combinatória na criptologia, e talvez a primeira que nos ocorre, é o número de alfabetos cifrantes possíveis. Se considerarmos o alfabeto ocidental da atualidade, com 26 letras, quantos alfabetos cifrantes podem ser obtidos? Sabemos que um alfabeto cifrante não pode ter letras repetidas e precisa conter todas letras do alfabeto original. Se apenas as posições das letras são alteradas, sabemos que se trata de uma permutação simples.

Então vamos ao cálculo das possibilidades:

P_{26} = 26!
P_{26} = 26 · 25 · 24 · ... · 3 · 2 · 1
P_{26} = 403.291.461.126.605.635.584.000.000

Ou seja, o número de alfabetos cifrantes possíveis é maior que espantosos 400 septilhões! Se alguém quiser encontrar um determinado alfabeto cifrante através da "força bruta", ou seja, tentando cada uma das possibilidades, e gastar apenas 1 minuto para cada possibilidade, precisaria de pelo menos... a eternidade para encontrar o alfabeto cifrante correto.

403.291.461.126.605.635.584.000.000 min = 6.721.524 .352.110.093.926.400.000 horas

6.721.524.352.110.093.926.400.000 horas = 280.063.514.671.253.913.600.000 dias

280.063.514.671.253.913.600.000 dias = 9.335.450.489.041.797.120.000 meses

9.335.450.489.041.797.120.000 meses = 777.954.207.420.149.760.000 anos

Se considerarmos que a solução seja encontrada a "meio do caminho", ainda restam cerca de 390 quatrilhões (388.977.103.710.074.880) de milênios! É claro que a força bruta, neste caso, é uma sandice.

ARRANJOS

Quando o problema ou a situação exige que se forme um grupo, e nesse grupo a ordem dos elementos é importante, deve-se usar a seguinte fórmula:

$$\boxed{A_m^p = \frac{m!}{(m-p)!}}$$

onde você irá formar grupos de p elementos retirados de um total de m.

Obs.:

- p < m
- Pode-se representar o arranjo por: $A_{m,p}$
- Não pode haver repetição de elementos (arranjos simples).
- Se o problema pode ser resolvido por arranjo, pode-se usar também o princípio multiplicativo para resolvê-lo.

TESTES

43. (CEFET-PR) Numa prova automobilística estão 10 competidores. O número de modos distintos segundo o qual se pode formar o grupo dos três primeiros colocados, excluída a hipótese de empates, é: