

POLINÔMIOS

MAT
B

Polinômio é uma expressão que consiste em variáveis e coeficientes, que envolve apenas as operações de soma, subtração, multiplicação e expoentes inteiros não negativos de variáveis.

POLINÔMIOS CONCEITO

Chama-se função polinomial ou polinômio na variável x a função:

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

definida para todo x real e $n \in \mathbb{N}^*$.

Os números reais $a_n, a_{n-1}, \dots, a_2, a_1, a_0$ são chamados **coeficientes** do polinômio, e as parcelas $a_n x^n, a_{n-1} x^{n-1}, \dots, a_2 x^2, a_1 x, a_0$ são os termos do polinômio.

Exemplos:

$$P(x) = 5x^3 - 2x^2 + 2/3$$

Coefficientes:

5, -2, 0 e $2/3$

Não são polinômios:

$$5\sqrt{x} + 3x^2 \quad \text{ou} \quad \frac{2x^3 + 3x - 5}{3x - 1}$$

VALOR NUMÉRICO

O valor numérico de um polinômio $P(x)$ para $x = a$ é o número que se obtém substituindo-se x por a e efetuando-se todas as operações indicadas na expressão algébrica polinomial.

Exemplos:

Se $P(x) = x^3 - 3x^2 - 6x + 3$, então:

$$P(5) = 5^3 - 3 \cdot 5^2 - 6 \cdot 5 + 3 = 23$$

$$P(-2) = (-2)^3 - 3(-2)^2 - 6(-2) + 3 = -5$$

GRAU DO POLINÔMIO

Denomina-se grau de um polinômio o maior expoente da variável com coeficiente diferente de zero.

Exemplos:

$$P(x) = 3x^2 - 4x + 1 \quad (\text{grau } 2)$$

$$P(x) = x^3 + 5 \quad (\text{grau } 3)$$

$$Q(x) = 2 - 3x \quad (\text{grau } 1)$$

$$R(x) = 4 \quad (\text{grau } 0)$$

POLINÔMIO IDENTICAMENTE NULO

Um polinômio é dito nulo e indicado por $P(x) = 0$ se e somente se, todos os seus coeficientes forem iguais a zero.

IDENTIDADE DE POLINÔMIOS

Dois polinômios de mesmo grau são idênticos se, e somente se, os coeficientes correspondentes aos termos de mesmo grau forem iguais.

Claramente, dois polinômios idênticos assumem valores numéricos iguais para todo x .

OPERAÇÕES: ADIÇÃO, SUBTRAÇÃO E MULTIPLICAÇÃO

Se A e B são polinômios de graus diferentes, então o grau do polinômio $A + B$ (e também o de $A - B$ e $B - A$) é igual ao grau daquele que tiver o maior grau.

Quando A e B possuem graus iguais, o polinômio $A + B$ (e também o de $A - B$ e $B - A$) pode ser identicamente nulo ou apresentar grau menor ou igual ao grau dos polinômios A e B .

Exemplos:

$$P(x) = x^3 + 2x^2 - 5x + 7$$

$$Q(x) = x^2 - 3x + 3$$

$$R(x) = -x^3 - 2x^2 - 2x - 3$$

$$P(x) + Q(x) = x^3 + 3x^2 - 8x + 10$$

$$P(x) + R(x) = -7x + 4$$

Quando multiplicamos dois polinômios A e B , o grau do polinômio $A \cdot B$ é igual à soma dos graus de A e B .