14. Resolva a equação: $\begin{vmatrix} 1 & x & 2 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & 3 \end{vmatrix} = 0$

DETERMINANTES DE QUALQUER ORDEM TEOREMA DE LAPLACE

Pierre Simon Laplace (23 de março de 1749 em Beaumont-en-Auge, Normandia - 5 de março de 1827, em Paris) foi um matemático, astrônomo e físico francês. Foi chamado o Newton da França, sendo considerado o fundador da moderna **teoria das probabilidades**.

Laplace é conhecido principalmente por seu trabalho sobre as equações diferenciais, a Transformada de Laplace e a **Equação de Laplace**.

Para entender o determinante por Laplace é importante saber o que é o cofator utilizado nele:
O Cofator de um elemento da linha i e coluna j é dado pela seguinte fórmula:

$C_{i,j} = (-1)^{i+j}.\det(A_{i,j})$, onde $A_{i,j}$ é a matriz A sem a linha *i* e sem a coluna *j*.

Como exemplo, note:

$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 4 & 1 \\ -2 & 5 & 0 \end{bmatrix}$, calculamos o cofator do elemento da

inha 2 e coluna 1, ou seja:

$$C_{2,1} = (-1)^{2+1}.\det(A_{2,1})$$

Como dito, a matriz $A_{2,1}$ é a matriz *A* sem a linha 2 e a coluna 1, ou seja:

$A_{2,1} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 0 \end{bmatrix}$, então $\det(A_{2,1}) = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 0 \end{vmatrix} = 2.0 - 3.5 = -15$.

Logo, $C_{2,1} = (-1)^{2+1}.\det(A_{2,1}) = (-1)^3.(-15) = (-1).(-15) = 15$.

Agora, entendendo como é o cofator, o determinante será dado da seguinte forma: Escolhida uma linha ou coluna, realiza-se a soma dos produtos dos elementos dessa linha ou coluna com seus devidos cofatores.

Veja o exemplo a seguir, onde foi escolhida a coluna 3:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 4 & 1 \\ -2 & 5 & 0 \end{vmatrix}$$
$$= 3.C_{1,3} + 1.C_{2,3} + 0.C_{3,3}$$
$$= 3.(-1)^{1+3}.\det(A_{1,3}) + 1.(-1)^{2+3}.\det(A_{2,3}) + 0$$
$$= 3.1.3 + 1.(-1).9$$
$$= 0$$

Lembrando que:

$A_{1,3} = \begin{bmatrix} -1 & 4 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}$ e $A_{2,3} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}$

Note também que, quanto mais zeros a linha ou coluna escolhida tiver, mais simples serão os cálculos.
Outro detalhe importante é que, o determinante pela fórmula de Laplace funciona em qualquer matriz quadrada, tendo em vista a simples Regra de Sarrus para matrizes 3x3, por mais que o exemplo apresentado tenha ordem 3x3, recomenda-se que seja utilizada a fórmula de Laplace para matrizes de ordem a partir de 4x4.

TESTES

15. Ache os cofatores pedidos abaixo:

Se A = $\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 9 \end{pmatrix}_{2 \times 2}$, calcule:

a) C_{11} =

b) C_{12} =

c) C_{21} =

d) C_{22} =

16. Se M = $\begin{pmatrix} 6 & 2 & 3 \\ -5 & 0 & 5 \\ -2 & 1 & 3 \end{pmatrix}_{3 \times 3}$, calcule:

a) C_{32} =

b) C_{13} =