

17. Calcule os determinantes:

a) $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}$

b) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 & 1 \\ -1 & 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & -5 \\ 5 & 0 & 3 & 2 \end{vmatrix}$

c) $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 17 & 1 \\ 5 & 7 & -4 & 13 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 2 & -1 \end{vmatrix}$

Observação:

O item (c) mostra que: se todos os elementos de uma linha (ou coluna) de uma matriz quadrada forem iguais a zero, o determinante da matriz será zero.

REGRA DE CHIÓ

Veremos agora um método mais interessante para resolução de determinantes:

Podemos calcular um determinante de ordem n recaindo num único determinante de ordem $(n - 1)$.

Para isso, é necessário que a matriz apresente um elemento $a_{ij} = 1$. Nesse caso, aplicamos a seguinte regra, conhecida como regra de Chió.

1ª) Eliminamos a linha e a coluna que se cruzam no elemento $a_{ij} = 1$.

2ª) De cada elemento restante subtraímos o produto dos dois elementos encontrados traçando, a partir dele, as perpendiculares à linha e à coluna eliminadas.

3ª) O determinante inicial é igual ao determinante assim obtido, multiplicado por $(-1)^{i+j}$

Exemplo:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 5 & 12 & 15 \\ 3 & 11 & 18 \end{vmatrix} = (-1)^{1+1} \cdot \begin{vmatrix} 12-10 & 15-20 \\ 11-6 & 18-12 \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} 2 & -5 \\ 5 & 6 \end{vmatrix} = 12 - (-25) = 37$$

Observação: A regra de Chió nada mais é que o rebaixamento de ordem.

TESTES

18. Antônio, Bernardo e Cláudio saíram para tomar chope, de bar em bar, tanto no sábado quando no domingo. As matrizes a seguir resumem quantos chopos cada um consumiu e como a despesa foi dividida:

$$S = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix} \text{ e } D = \begin{bmatrix} 5 & 5 & 3 \\ 0 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

S refere-se às despesas de sábado e D às de domingo. Cada elemento a_{ij} nos dá o número de chopos que i pagou para j , sendo Antônio o número 1, Bernardo o número 2 e Cláudio o número 3. Assim, no sábado Antônio pagou 4 chopos que ele próprio bebeu, 1 chope de Bernardo e 4 de Cláudio (Primeira linha da matriz S).

a) Quem bebeu mais chope no fim de semana? Justifique.

b) Quantos chopos Cláudio ficou devendo para Antônio?

19. Se A é uma matriz quadrada, define-se o traço de A como a soma dos elementos da diagonal principal de A , onde a diagonal principal é o conjunto de todos os elementos a_{ij} da matriz A , tais que $i = j$. Nestas condições, o traço da matriz $A = (a_{ij})_{3 \times 3}$, onde $a_{ij} = 2i - 3j$ é igual a:

- a) 6
- b) 4
- c) -2
- d) -4
- e) -6

20. (UFPR) Considere as matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} x & y & z \\ z & y & x \\ y & z & x \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} x+y & x+z \\ z-y & z-x \end{pmatrix} \quad \text{e } C = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 2 & 4 \end{pmatrix},$$

sabendo que a matriz B é igual à matriz C , calcule o determinante da matriz A .