

39. (CEFET-PR) A expressão fatorada de  $\frac{3n! [3n+1]!}{(3n)! 3(n+1)!}$  é:

- a) 3 e 6  
b) 6 e 1  
c) 6 e 1  
d) 3 e 0  
e) n. d. a.

41. Seja  $n \in \mathbb{N}$  tal que  $\frac{1+2+3+4+\dots+n}{(n+1)!} = \frac{1}{240}$ .  
Então o valor de  $n$  é:

42. (ITAJUBÁ-MG) Calcule o valor de  $m$  de modo que:

$$\frac{(2m)!}{2^m \cdot m! \cdot 1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2m+1)} = \frac{1}{9}$$

## VOCÊ SABIA?

Uma das grandes aplicações da análise combinatória na criptologia, e talvez a primeira que nos ocorre, é o número de alfabetos cifrantes possíveis. Se considerarmos o alfabeto ocidental da atualidade, com 26 letras, quantos alfabetos cifrantes podem ser obtidos? Sabemos que um alfabeto cifrante não pode ter letras repetidas e precisa conter todas as letras do alfabeto original. Se apenas as posições das letras são alteradas, sabemos que se trata de uma permutação simples.

Então vamos ao cálculo das possibilidades:

$$\begin{aligned} P_{26} &= 26! \\ P_{26} &= 26 \cdot 25 \cdot 24 \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \\ P_{26} &= 403.291.461.126.605.635.584.000.000 \end{aligned}$$

Ou seja, o número de alfabetos cifrantes possíveis é maior que espantosos 400 septilhões! Se alguém

quiser encontrar um determinado alfabeto cifrante através da “força bruta”, ou seja, tentando cada uma das possibilidades, e gastar apenas 1 minuto para cada possibilidade, precisaria de pelo menos... a eternidade para encontrar o alfabeto cifrante correto.

$$403.291.461.126.605.635.584.000.000 \text{ min} = 6.721.524.352.110.093.926.400.000 \text{ horas}$$

$$6.721.524.352.110.093.926.400.000 \text{ horas} = 280.063.514.671.253.913.600.000 \text{ dias}$$

$$280.063.514.671.253.913.600.000 \text{ dias} = 9.335.450.489.041.797.120.000 \text{ meses}$$

$$9.335.450.489.041.797.120.000 \text{ meses} = 777.954.207.420.149.760.000 \text{ anos}$$

Se considerarmos que a solução seja encontrada a “meio do caminho”, ainda restam cerca de 390 quatrilhões (388.977.103.710.074.880) de milênios! É claro que a força bruta, neste caso, é uma sandice.

## ARRANJOS

Quando o problema ou a situação exige que se forme um grupo, e nesse grupo a ordem dos elementos é importante, deve-se usar a seguinte fórmula:

$$A_m^p = \frac{m!}{(m-p)!}$$

onde você irá formar grupos de  $p$  elementos retirados de um total de  $m$ .

Obs.:

- $p < m$
- Pode-se representar o arranjo por:  $A_{m,p}$
- Não pode haver repetição de elementos (arranjos simples).
- Se o problema pode ser resolvido por arranjo, pode-se usar também o princípio multiplicativo para resolvê-lo.

## TESTES

43. (CEFET-PR) Numa prova automobilística estão 10 competidores. O número de modos distintos segundo o qual se pode formar o grupo dos três primeiros colocados, excluída a hipótese de empates, é: