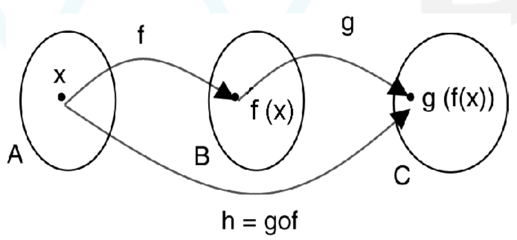
FUNÇÃO COMPOSTA

Dadas as funções f: A → B, g: B → C, denomina-se função composta de g com f à função h: A → C, tal que h(x) = g (f(x)). A composição de g com f também pode ser indicada por gof.

Observando o esquema, temos:



Exemplo:

1) Dada a função $f(x) = x^2 + 1$, determine f(f(2))

- $f(2) = (2)^2 + 1 = 4 + 1 = 5$
- $f(f(2)) = f(5) = 5^2 + 1 = 25 + 1 = 26$

2) Sejam $f(x) = x^2 - 1$ e $g(x) = x + 2$. Determine (fog)(x) e (gof)(x).

- $(fog)(x) = f(g(x)) = f(x + 2) = (x + 2)^2 - 1 =$
  $x^2 + 4x + 4 - 1 = x^2 + 4x + 3$
- $(gof)(x) = g(f(x)) = g(x^2 - 1) = (x^2 - 1) + 2 =$
  $x^2 - 1 + 2 = x^2 + 1$.

OBSERVAÇÃO

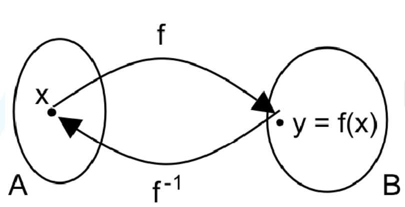
A igualdade (g o f) (x) = (f o g) (x) é verificada apenas para algumas situações particulares.

FUNÇÃO INVERSA

Definição:

Dada uma função bijetora f: A → B, denominamos função inversa de f à função f^{-1} : B → A tal que:

$$\boxed{(x, y) \in f \Leftrightarrow (y, x) \in f^{-1}}$$



REGRA PRÁTICA PARA SE OBTER A LEI DA FUNÇÃO INVERSA

Seja f uma função bijetora de A em B, definida pela sentença y = f(x). A sentença aberta que define f^{-1} é encontrada da seguinte forma:

- Troca-se x por y e y por x em y = f(x) e obtém-se x = f(y).
- Isola-se a variável y, obtendo-se, então, $f^{-1}(x)$

Exemplo:

Seja a função bijetora f(x) = 2x – 3, de domínio D(f) = R e contradomínio CD (f) = R. Aplicando a regra prática:

$f(x) = y = 2x - 3$

Regra Prática

$x = 2y - 3 \rightarrow 2y = x + 3 \rightarrow y = \dfrac{x+3}{2}$

Isolando y

Portanto $= f^{-1}(x) = \dfrac{x+3}{2}$

OBSERVAÇÃO

*** Se f : A → B é bijetora, então o domínio e o contradomínio de f são respectivamente o contradomínio e o domínio de sua inversa $f^{-1}(x)$.**

*** Sendo f uma função bijetora e f^{-1} sua inversa, então $f(f^{-1}(x)) = f^{-1}(f(x))$, para todo x do domínio.**

GRÁFICO DA FUNÇÃO INVERSA

Os gráficos de uma função f e de sua inversa f^{-1} são simétricos em relação à bissetriz dos quadrantes ímpares. Essa propriedade é válida para toda função f(x) e sua inversa $f^{-1}(x)$.