

# PROGRESSÃO ARITMÉTICA

# MAT E

Uma sequência de números reais é chamada de progressão aritmética PA quando cada um de seus termos, a partir do segundo, é igual a soma do anterior com um número fixo ( $r$ ), chamado razão da PA.

## REPRESENTAÇÃO GENÉRICA

$(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n)$ ; onde:

- $a_1 \rightarrow$  1º termo
- $a_2 \rightarrow$  2º termo
- $a_3 \rightarrow$  3º termo
- $a_n \rightarrow$  termo de ordem  $n$  ( $n$ -ésimo termo)
- $n \rightarrow$  número de termos
- $r \rightarrow a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = a_4 - a_3 = \dots = r$

## CLASSIFICAÇÃO

Uma PA é limitada, se tiver um número finito de termos.  
Uma PA é ilimitada se tiver um número infinito de termos.

**Crescente:** quando a razão é positiva.

$(2, 4, 6, 8, \dots)$   $r = 2$

**Decrescente:** quando a razão é negativa.

$(9, 4, -1, \dots)$   $r = -5$

**Estacionária:** quando a razão é igual a zero.

$(5, 5, 5, \dots)$   $r = 0$

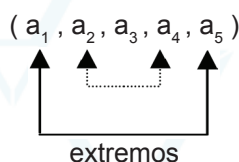
## FÓRMULA DO TERMO GERAL DE UMA PA

Considerando a PA  $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n)$  de razão  $r$  temos:

$$a_n = a_1 + (n - 1)r$$

## PROPRIEDADES

Numa PA finita, a soma de dois termos equidistantes dos extremos é igual a soma dos extremos.



$$a_1 + a_5 = a_2 + a_4 = K$$

Numa PA, qualquer termo, a partir do segundo termo, é a média aritmética do seu antecessor e do seu sucessor.

$$(a, b, c) \rightarrow a + c = 2b$$

Três termos consecutivos de uma PA podem ser representados por:

$$x - r, x, x + r$$

Podemos escrever qualquer termo de uma PA em função de  $a_1$  e da razão ( $r$ ).

$$a_2 = a_1 + r$$

$$a_8 = a_1 + 7r$$

$$a_{23} = a_1 + 22r$$

## SOMA DOS TERMOS DE UMA PA FINITA

Para calcular a soma dos termos de qualquer PA, basta somar o primeiro termo com o último e multiplicar por metade da quantidade de termos que tem a PA.

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) n}{2}$$

A história desta fórmula começa na Alemanha, por volta de 1785, na escola de Braunschweig. Conta-se que o professor Büttner resolveu manter ocupados seus alunos de uma classe de ensino fundamental e propôs que eles calculassem a soma de todos os inteiros de 1 a 100. Aparentemente, ele esperava que eles passassem bastante tempo resolvendo tal exercício. E para a surpresa de todos, em poucos minutos um aluno de aproximadamente 8 anos deu a resposta.

Esse menino era Carl Friedrich Gauss, que mais tarde se tornou um dos mais importantes matemáticos da história que viveu entre 1777 e 1855.



## INTERPOLAÇÃO ARITMÉTICA

Interpolarmos meios aritméticos, significa inserir " $K$ " números reais entre dois números dados de modo que todos formem uma PA de  $K + 2$  termos.