

PROGRESSÃO ARITMÉTICA

MAT E

Uma sequência de números reais é chamada de progressão aritmética PA quando cada um de seus termos, a partir do segundo, é igual a soma do anterior com um número fixo (r), chamado razão da PA.

REPRESENTAÇÃO GENÉRICA

$(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n)$; onde:

- $a_1 \rightarrow$ 1º termo
- $a_2 \rightarrow$ 2º termo
- $a_3 \rightarrow$ 3º termo
- $a_n \rightarrow$ termo de ordem n (n -ésimo termo)
- $n \rightarrow$ número de termos
- $r \rightarrow a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = a_4 - a_3 = \dots = r$

CLASSIFICAÇÃO

Uma PA é limitada, se tiver um número finito de termos.
Uma PA é ilimitada se tiver um número infinito de termos.

Crescente: quando a razão é positiva.

$(2, 4, 6, 8, \dots)$ $r = 2$

Decrescente: quando a razão é negativa.

$(9, 4, -1, \dots)$ $r = -5$

Estacionária: quando a razão é igual a zero.

$(5, 5, 5, \dots)$ $r = 0$

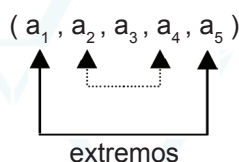
FÓRMULA DO TERMO GERAL DE UMA PA

Considerando a PA $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n)$ de razão r temos:

$$a_n = a_1 + (n - 1)r$$

PROPRIEDADES

Numa PA finita, a soma de dois termos equidistantes dos extremos é igual a soma dos extremos.



$$a_1 + a_5 = a_2 + a_4 = K$$

Numa PA, qualquer termo, a partir do segundo termo, é a média aritmética do seu antecessor e do seu sucessor.

$$(a, b, c) \rightarrow a + c = 2b$$

Três termos consecutivos de uma PA podem ser representados por:

$$x - r, x, x + r$$

Podemos escrever qualquer termo de uma PA em função de a_1 e da razão (r).

$$a_2 = a_1 + r$$

$$a_8 = a_1 + 7r$$

$$a_{23} = a_1 + 22r$$

SOMA DOS TERMOS DE UMA PA FINITA

Para calcular a soma dos termos de qualquer PA, basta somar o primeiro termo com o último e multiplicar por metade da quantidade de termos que tem a PA.

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) n}{2}$$

A história desta fórmula começa na Alemanha, por volta de 1785, na escola de Braunschweig. Conta-se que o professor Büttner resolveu manter ocupados seus alunos de uma classe de ensino fundamental e propôs que eles calculassem a soma de todos os inteiros de 1 a 100. Aparentemente, ele esperava que eles passassem bastante tempo resolvendo tal exercício. E para a surpresa de todos, em poucos minutos um aluno de aproximadamente 8 anos deu a resposta.

Esse menino era Carl Friedrich Gauss, que mais tarde se tornou um dos mais importantes matemáticos da história que viveu entre 1777 e 1855.



INTERPOLAÇÃO ARITMÉTICA

Interpolarm meios aritméticos, significa inserir " K " números reais entre dois números dados de modo que todos formem uma PA de $K + 2$ termos.